



UNIVERSIDAD NACIONAL DE LA PLATA

FACULTAD DE CIENCIAS EXACTAS

DEPARTAMENTO DE FÍSICA

Trabajo de Tesis Doctoral

Funciones de fragmentación en análisis globales de QCD

Tesista Manuel Epele

Director/a Rodolfo Sassot

Codirector / a Carlos A. García Canal

Año 2017

Funciones de fragmentación en análisis globales de QCD.

Dirigida por el Doctor

Rodolfo Sassot
Carlos García Canal

Universidad Nacional de la Plata
Facultad de Ciencias Exactas
Departamento de Física

Año 2017

Resumen

La Cromodinámica Cuántica (QCD) se ha establecido, a base de resultados, como la teoría que describe la dinámica de las partículas que transportan carga de color (los quarks y gluones), únicas capaces de interactuar fuertemente. Esta teoría posee dos propiedades características: el confinamiento que implica que, en la naturaleza, estas partículas no pueden ser observadas en forma aislada, sino formando estados colectivos con carga de color nula; la libertad asintótica implica que en procesos de suficientemente alta energía los quarks y los gluones se manifiestan como partículas casi libres y por lo tanto puede ser arrancadas del interior de los hadrones. Sin embargo, el confinamiento requiere que estos quarks o gluones arrancados deben volver a formar estados colectivos sin color. Esta transición, usualmente denominada fragmentación o hadronización, es un fenómeno intrínsecamente no perturbativo de la QCD de gran importancia, desde los puntos de vista teórico y fenomenológico, para la física en aceleradores de altas energías. La descripción del procesos de hadronización se parametriza en términos de funciones de fragmentación, que de alguna manera son una medida de la probabilidad de producir un determinado tipo de hadrón a partir de alguna especie de quark o gluón. De esta manera, las funciones de fragmentación, junto con las funciones de densidad de partones, resultan un ingrediente fundamental para cualquiera cálculo sobre la producción de hadrones en procesos de altas energías, en el marco de la Cromodinámica Cuántica.

En esta Tesis se describirán de manera general la evidencia experimental y las ideas que dieron lugar al Modelo de Quarks y al Modelo de Partones sobre los cuales fue construida la QCD. A partir de allí, se introducirán las funciones de densidad de partones y las funciones de fragmentación, y cómo a partir de ellas se computan predicciones de secciones eficaces de procesos en los que participan hadrones tanto en el estado inicial como en el estado final. La regularización de las divergencias colineales, a partir de un procedimiento similar al utilizado para curar las divergencias ultravioletas, conducirá a la idea de la factorización de contribuciones de altas y bajas energías (pertrubativas y no perturbativas, respectivamente) y a las ecuaciones de evolución de la QCD, que determinan cómo las funciones de fragmentación dependen de las escala de energía. Final-

mente, describiremos un método, denominado análisis global, a partir del cuál es posible extraer la información contenida por en éstas funciones a partir de las observaciones experimentales.

En los análisis globales se manejan simultáneamente datos experimentales provenientes múltiples experimentos de dispersión realizados a energías de centro de masa distintas y debe tenerse en cuenta que diferentes escalas de energía requieren distintas descripciones de la dinámica de los quarks, en particular de aquellos de sabor pesado. En este sentido, se ofrecerá un resumen detallado de los esquemas de masa utilizados para tratar estos problemas de múltiples escalas e incluir, en caso de que sea necesario, los efectos asociados a las masas de los quarks pesados en un análisis globales para extraer funciones de densidad de partones.

Entonces, será posible presentar de forma detallada la instrumentación de un análisis global completo para la determinación de funciones de fragmentación de quarks y gluones en piones. Éste análisis se llevará a cabo bajo la hipótesis de quarks no masivos, usada de forma estándar a partir de la simplicidad que ofrece a la hora de computar predicciones de las secciones eficaces. Además, se presentarán los resultados obtenidos a partir de este análisis, junto con una discusión de los mismos.

Finalmente, presentaremos la construcción de un esquema de masa que permite incluir, de manera consistente, los efectos de las masas de los quarks pesados sobre los procesos de hadronización. Este esquema será aplicado particularmente a la descripción de la producción de piones en procesos de aniquilación electrón - positrón, sin embargo, debe destacarse que ésta es la primera vez que un esquema de este tipo es aplicado para la determinación de las probabilidades de fragmentación. Se presentarán los resultados de la implementación de éste esquema en un análisis global de QCD, que también serán discutidos, y podrá observarse cómo la inclusión de los efectos de las masas de los quarks pesados corrige cierta tensión entre los datos experimentales y la descripción teórica de los mismos, bajo la hipótesis de quarks no masivos.

Índice

Resumen	v
1. Introducción a la Cromodinámica Cuántica	1
1.1. Introducción	1
1.2. Modelo de quarks, color y confinamiento	2
1.3. Colisiones profundamente inelásticas	5
1.4. Modelo de partones y funciones de densidad de partones	7
1.5. Cromodinámica Cuántica	11
1.6. Constantes de acoplamiento móviles, libertad asintótica y confinamiento	13
1.7. Divergencias infrarrojas y factorización	15
1.8. Análisis globales de QCD	18
1.9. Hadronización y funciones de fragmentación	21
1.10. Quarks pesados	23
2. Esquemas masivos y no masivos de factorización	27
2.1. Introducción	27
2.2. Esquemas FFNS y VFNS	29
2.3. El método ACOT	34
2.4. El método TR	37
2.5. El método FONLL	41
3. Fragmentaciones en la aproximación de partones no masivos	45
3.1. Introducción	45
3.2. Datos experimentales seleccionados	46
3.3. Producción de hadrones H : secciones eficaces	49
3.3.1. Aniquilación electrón - positrón semi-inclusiva	49
3.3.2. Dispersión profundamente inelástica semi-inclusiva	50
3.3.3. Colisiones hadrón - hadrón	52

3.4. Método de transformación de Mellin	53
3.4.1. Núcleos de Altarelli - Parisi	56
3.5. Parametrización de las funciones de fragmentación	57
3.6. Estimación de incertezas	60
3.7. Resultados	63
3.7.1. Acerca de los datos de Aniquilación Electrón - Positrón	68
3.7.2. Acerca de los datos de Dispersión profundamente inelástica	70
3.7.3. Acerca de los datos de colisiones protón - protón	75
4. Efectos de las masas de los sabores pesados en el proceso de fragmentación	79
4.1. Introducción	79
4.2. Esquema de Masa General	81
4.3. Cálculo de secciones eficaces partónicas sustraídas	84
4.4. Procesos aniquilación - positrón a hadrones	86
4.4.1. Cinemática y espacio de fase de la fragmentación de partones masivos	87
4.4.2. Secciones eficaces partónicas no masivas	89
4.4.3. Secciones eficaces partónicas masivas	91
4.4.4. Límite no masivo de las secciones eficaces	93
4.5. Secciones eficaces partónicas en el esquema GM-VFNS	94
4.6. Implementación del esquema GM-VFNS en un análisis global de QCD	96
4.7. Resultados	100
5. Conclusiones	109
A. Cargas electrodébiles efectivas	113
B. Secciones eficaces procesos SIA con quarks pesados en el estado final, al orden $\mathcal{O}(\alpha_s)$	115
C. Límite no masivo de las secciones eficaces σ_h^M y σ_g^M, al orden $\mathcal{O}(\alpha_s)$	119
D. Transformadas	123
Bibliografía	125
Agradecimientos	133

Índice de figuras

1.1. Octete de mesones y, octete y decuplete de bariones. Los hadrones en cada diagrama están organizados según su extrañeza S y su carga eléctrica Q	4
1.2. Función de estructura νW_2 determinada a través de la dispersión electrón - protón como función de Q^2 , para x constante. Los datos proviene del Standford Linear Accelerator.	8
1.3. La relación entre las funciones de estructura F_1 y F_2 dentro de la región donde se satisface el escaleo de Bjorken provee una prueba de la relación de Callan - Gross.	11
1.4. Distintas determinaciones, a partir de datos experimentales, del comportamiento de la constante de acoplamiento α_S en función de las escala de energía Q	14
1.5. Función de estructura F_2 en función de la escala de energía Q^2 , para x fijo. Los datos experimentales provienen de los experimentos ZEUS (puntos) y los experimentos a blanco fijo NMC, BCDM5 y E665 (triángulos). Además, se presentan las predicciones de QCD, al orden siguiente al dominante (NLO), para la función F_2	19
1.6. Funciones de densidad de partones, para $Q^2 = 10 \text{ GeV}^2$ y $Q^2 = 10^4 \text{ GeV}^2$, extraídas por MMHT en un análisis al orden siguiente del orden siguiente al dominante [48]. Las bandas de incerteza corresponden a un nivel de confianza del 68 %.	25
2.1. Representación diagramática del proceso de dispersión profundamente inelástica entre un leptón del tipo l_1 y una hadrón del tipo N	29
2.2. Diagramas con correcciones virtuales y reales que contribuyen al cálculo del coeficiente $C_{k,q}$ (siendo q cualquiera de los distintos tipos de quarks) al orden $\mathcal{O}(\alpha_S)$	31

2.3. Diagramas que contribuyen al cálculo del coeficiente $\mathcal{C}_{k,g}$, al orden $\mathcal{O}(\alpha_S)$	31
2.4. Comparación entre las definiciones de la función de estructura F_2 correspondientes distintos esquemas de factorización.	40
3.1. Diagramas tipo árbol que contribuyen al cálculo de las secciones eficaces de producción de partones en procesos de aniquilación electrón - positrón. Las burbujas grises representan el proceso no perturbativo de fragmentación de quarks y gluones, descrito por las funciones D_q^H y D_g^H , respectivamente.	50
3.2. Diagramas tipo árbol que contribuyen al cálculo de las secciones eficaces de producción de partones en procesos de dispersión profundamente inelástica. Las burbujas blancas representan al hadrón en el estado inicial, descrito por las densidades quarks f_q^H y gluones f_g^H . Además, las burbujas grises representan el proceso no perturbativo de fragmentación de quarks y gluones, descrito por las funciones D_q^H y D_g^H , respectivamente.	51
3.3. Diagramas tipo árbol que contribuyen al cálculo de las secciones eficaces de producción de partones en procesos de colisión hadrón - hadrón. Las burbujas blancas representan a los hadrones en el estado inicial, descritos por las densidades de quarks $f_q^{N,N'}$ y de gluones $f_g^{N,N'}$. Además, las burbujas grises representan el proceso no perturbativo de fragmentación de quarks y gluones, descrito por las funciones D_q^H y D_g^H , respectivamente.	53
3.4. Distintas alternativas para el caminos sobre el cual se calculan las integrales de inversión de Mellin.	55
3.5. Las funciones de fragmentación individuales $zD_i^{\pi^+}(z, Q^2)$ de partones en piones cargados (línea continua), para $Q^2 = 10 \text{ GeV}^2$, junto con las bandas de incerteza estimadas con un nivel de confianza del 68 % (interna) y 90 % (externa). La línea punteada representan las funciones de fragmentación individuales extraídas a partir del ajuste DSS (línea discontinua). Los paneles a la derecha muestran las diferencias relativas entre las funciones de fragmentación extraídas en éste análisis y las correspondientes al análisis DSS [40] (línea continua).	64

- 3.6. **Izquierda:** comparación de los resultados obtenidos al orden NLO (línea continua) y los datos experimentales para la producción de piones en procesos de SIA de las colaboraciones TPC [10], SLD [2], ALEPH [26], DELPHI [5] y OPAL [14]. Además se presentan, los resultados del ajuste DSS correspondientes a dichos conjuntos de datos (línea discontinua). Las bandas interna y externa corresponden a las incertezas estimadas con un nivel de confianza del 68 % y 90 %, respectivamente. **Derecha:** “(datos-teoría)/teoría” para cada uno de los conjuntos de datos experimentales mencionados, junto con la diferencia relativa entre los resultados obtenidos respecto de los correspondientes al análisis DSS (línea discontinua). 68

- 3.7. **Izquierda:** comparación de los resultados obtenidos al orden NLO (línea continua) con los datos experimentales de la colaboración BABAR; además, se presentan las predicciones correspondientes realizadas a partir de los resultados obtenidos en el ajuste DSS [40]. **Derecha:** lo mismo que se presenta en el panel izquierdo para los datos experimentales de la colaboración BELLE. En ambos casos, el panel inferior presenta la diferencia relativa “(datos-teoría)/teoría” para cada uno de los conjuntos de datos; la línea discontinua describe la diferencia relativa entre los resultados obtenidos y la predicción del mismo observable físico calculada a partir de los resultados del análisis DSS. Además, las bandas interna y externa muestran las incertezas estimadas con un nivel de confianza del 68 % y 90 %, respectivamente. 69

- 3.8. Comparación de los resultados obtenidos para las multiplicidades en procesos SIDIS contra blanco de protones (panel izquierdo) y deuterones (panel derecho) con los datos experimentales de la colaboración HERMES [11]. Las bandas de incerteza interna y externa corresponden a niveles de confianza del 68 % y 90 %, respectivamente. Además, se muestran los resultados obtenidos en el análisis global DSS (línea discontinua). 71

- 3.9. Comparación de los resultados obtenidos para las multiplicidades de π^+ en procesos de SIDIS de muones sobre blancos de deuterones con los datos preliminares del experimento COMPASS [71], para varios distintos bins en x y Q^2 . Las bandas internas y externas representan la incerteza con niveles de confianza del 68 % y 90 %, respectivamente. Además se muestran las predicciones obtenidas a partir de los resultados del análisis DSS. Según se indica en el gráfico, se suman diferentes constantes a las multiplicidades para distinguir los resultados correspondientes a distintos bins de Q^2 y x 72
- 3.10. Lo mismo que en la Figura 3.9 pero ahora para las multiplicidades de piones negativamente cargados. 73
- 3.11. Lo mismo que en la Figura 3.9 y 3.10 pero mostrando el error relativo “(dato-teoría)/teoría” para este análisis (los círculos vacíos y llenos corresponden a multiplicidades de π^+ y π^- , respectivamente) en cada bin de x y Q^2 . Las bandas representan la incerteza estimada y la línea discontinua son las predicciones obtenidas a partir de los resultados del análisis DSS. 74
- 3.12. **Arriba:** comparación del resultado del análisis global, al orden NLO, para la producción de π_0 en procesos de colisión de protón - protón a $\sqrt{s} = 200$ GeV, contra los datos de PHENIX [8]. Las bandas internas y externas representan la incerteza con niveles de confianza del 68 % y 90 %, respectivamente. Se muestran, también, los resultados a partir de las funciones de fragmentación del análisis DSS (línea discontinua). **Centro:** resultado sobre “(dato-teoría)/teoría”. **Abajo:** incerteza teórica debido a la ambigüedad en la escala de factorización y a la variación de las densidades de partones. 75
- 3.13. Lo mismo que en la Figura 3.12 pero ahora para la producción de piones neutros a $\sqrt{s} = 7$ TeV medida por el experimento ALICE [3]. 75
- 3.14. Comparación del resultado del análisis global, al orden siguiente al dominante, sobre el cociente de las secciones eficaces π^-/π^+ en procesos de colisión de protón - protón a $\sqrt{s} = 200$ GeV contra los datos correspondientes de STAR [9]. Las bandas internas y externas corresponden a la estimación de la incerteza con niveles de confianza del 68 % y 90 %, respectivamente. Se muestran, también, los resultados a partir de las funciones de fragmentación obtenidas en el análisis DSS (línea discontinua). 78

- 3.15. Comparación del resultado del análisis global, al orden siguiente al dominante, para la producción de π^0 y π^+ en procesos de colisión de protón - protón a $\sqrt{s} = 200$ GeV, en rangos distintos de rapidez, contra los datos correspondientes de STAR [4, 6, 7]. Las bandas internas y externas corresponden a la estimación de la incerteza con niveles de confianza del 68 % y 90 %, respectivamente. Se muestran, también, los resultados a partir de las funciones de fragmentación obtenidas en el análisis DSS (línea discontinua). 78
- 4.1. Proyección del espacio de fase del procesos fragmentación de un quark de sabor *charm*, para $Q^2 = 10,52$ GeV. La línea continua representa los límites de espacio de fase correspondiente considerar la fragmentación como un procesos de decaimiento; la línea discontinua describe la frontera del espacio de la hadronización entendida como un procesos no perturbativo. 88
- 4.2. Representación de los diagramas tipo árbol que contribuyen a las secciones eficaces $\hat{\sigma}_h^M$ y $\hat{\sigma}_g^M$. Las líneas delgadas refieren a partículas con masa nula; las líneas gruesas refieren a las partones de sabores pesados. Los diagramas con loops no han sido incluidos. 91
- 4.3. Error relativo entre la función $R_1^{(v)}$ y $\mathcal{R}_1^{(v)}$ como función de la fracción de impulso y , para el caso de un quark de masa $m_h = 1,4$. Ambas funciones son definidas como reales para $\sqrt{\rho} = 2m_h/Q < y < 1$. Los distintos cuadros permiten observar que las diferencias entre hacer uso de $R_1^{(v)}$ o $\mathcal{R}_1^{(v)}$ son despreciables para un rango de escalas de energía Q que excede ampliamente el cubierto por los experimentos considerados. 99
- 4.4. Contribuciones de los sabores *charm* y *bottom* a la sección eficaz de producción de piones en procesos de SIA. Los cálculos fueron realizados con un único conjunto de funciones de fragmentación y, a partir de la implementación de distintos esquemas de sabores para el compute de las secciones eficaces partoónicas. 102
- 4.5. La figura presenta una comparación entre las medición de la sección eficaces de producción de piones en procesos de aniquilación electrón - positrón provenientes de las colaboraciones BELLE y BABAR y la predicción teórica de los mismos, realizada a partir de la implementación de los esquemas ZM-VFNS y GM-VFNS. . 105
- 4.6. Compración entre las funciones de fragmentación obtenidas en los esquemas ZM-VFNS y GM-VFNS, para las energías de centro de masa de la aniquilación $Q = 4$ GeV. 106

- 4.7. Comparación entre las funciones de fragmentación obtenidas en los esquemas ZM-VFNS y GM-VFNS, para las energías de centro de masa de la aniquilación $Q = M_Z$ 107

Índice de Tablas

1.1. Propiedades que caracterizan a las tres especies de quarks más pesados.	24
2.1. Características generales de los distintos esquemas de factorización para el tratamiento de problemas de múltiples escalas en QCD.	29
3.1. Parámetros que describen a las funciones de fragmentación $D_i^{\pi^+}(z, Q_0)$ de partones en piones positivamente cargados a la escala inicial $Q_0 = 1$ GeV a NLO en el esquema $\overline{\text{MS}}$. Los resultados para los sabores <i>charm</i> y <i>bottom</i> corresponden a las respectivas escalas de activación $Q_0 = m_c = 1,43$ GeV y $Q_0 = m_b = 4,3$ GeV. . . .	63
3.2. Conjuntos de datos empleados en el análisis global al orden siguiente al dominante, las normalización óptimas \mathcal{N}_i , Ec.3.36, de dichos conjuntos de datos, los valores de la función χ_i^2 por experimento (incluyendo la penalidad sobre los parámetros \mathcal{N}_i) y el valor de la función χ^2 total, obtenidos en el ajuste.	66
4.1. Valores de la función χ_i^2 y de la normalización \mathcal{N}_i para cada conjunto de datos experimentales incluidos en dos análisis globales idénticos donde se han implementado los esquemas ZM-VFNS y GM-VFNS, respectivamente.	104

Capítulo 1

Introducción a la Cromodinámica Cuántica

1.1. Introducción

La formulación de la Cromodinámica Cuántica (QCD) como la teoría de las interacciones fuertes entre quarks y gluones fue ciertamente uno de los éxitos más impresionantes de la Física del siglo XX. La QCD fue capaz de describir una amplia variedad de fenómenos observados entre los cuales se encuentran: la espectroscopía de hadrones, la libertad asintótica, la violación del escaleo de Bjorken en procesos de dispersión profundamente inelástica entre hadrones y leptones, y el confinamiento.

Desde la formulación de la QCD, a principios de los años setenta, se ha puesto un gran esfuerzo en la construcción de herramientas que permitan obtener predicciones cuantitativas a partir de ella. La naturaleza no abeliana de QCD, y consecuentemente, la libertad asintótica, sugiere fuertemente que la teoría de perturbaciones puede ofrecer un instrumento valioso para el cálculo de secciones eficaces en la región de altas energías, donde la interacción fuerte se vuelve suficientemente poco intensa. Sin embargo, la teoría de perturbaciones no siempre es suficiente. De hecho, un análisis más cuidadoso de la estructura de la QCD revela que, en general, las secciones eficaces son una combinación de contribuciones de altas y bajas escalas de energía y, por lo tanto, no pueden ser calculadas completamente en teoría de perturbaciones. En la práctica, los cálculos son afectados por divergencias infrarrojas (asociadas a bajas escalas de energía). En particular, este es el caso de la amplia variedad de observables físicos de mayor interés en la era del Large Hadron Collider (LHC).

La propiedad de factorización colineal de la QCD establece que cualquier sección eficaz semi-inclusiva σ que describa procesos a altas energías en los que

participan hadrones, tanto en el estado inicial como en el estado final, puede separarse sistemáticamente (factorizarse) en una contribución $\hat{\sigma}$ asociada a altas escalas de energía y, contribuciones f y D asociadas a bajas escalas de energía, que contiene información imprescindible sobre el estado inicial y final, respectivamente,

$$\sigma = f \otimes \hat{\sigma} \otimes D \quad (1.1)$$

Las singularidades infrarrojas que aparecen en el cálculo perturbativo explícito de $\hat{\sigma}$ pueden ser factorizadas y absorbidas por f y D . Ésto es similar a lo que sucede en el procedimiento de renormalización, a través del cual las singularidades ultravioletas son absorbidas en la definición de los parámetros del Lagrangiano de la teoría.

A lo largo de este capítulo se presentarán las ideas que condujeron a la construcción de la QCD, estableciéndola como la teoría sobre las interacciones fuertes. En ese sentido, se comentarán las motivaciones fenomenológicas y teóricas que llevaron, primero, a la construcción del Modelo de quarks y el Modelo de partones y, posteriormente, a la formulación lagrangiana de la QCD. Además, se discutirán brevemente las características principales de ésta teoría: no conmutatividad, confinamiento y libertad asintótica. Se introducirán las funciones no perturbativas de densidad de partones y de fragmentación, fundamentales para el cálculo de observables físicos asociados a procesos en los que participan hadrones en el estado inicial o final. Finalmente, se presentará un método, denominado *análisis global*, para extraer la información contenida en dichas funciones a partir de los datos experimentales.

1.2. Modelo de quarks, color y confinamiento

La física de partículas es la rama de la física que estudia los componentes elementales de la materia y las interacciones entre ellos. El ser humano ha imaginado desde hace siglos que la materia que compone el Universo puede subdividirse hasta alcanzar finalmente su unidad mínima: los *átomos*. Sin embargo, si bien es cierto que toda la materia conocida está compuesta de estos átomos, la ciencia ha descubierto que no son realmente indivisibles y que se encuentran constituidos por un núcleo, con carga positiva, y electrones que lo orbitan. A su vez, los núcleos están compuestos de protones y neutrones, genéricamente conocidos como nucleones, que se encuentran ligados los unos a los otros a través de la interacción fuerte nuclear. A partir de la construcción y puesta en funcionamiento de los aceleradores de partículas, muchas nuevas partículas capaces de interactuar fuertemente, estables e inestables, fueron creadas en experimentos de dispersión.

El conjunto completo de partículas hasta entonces conocidas se clasificó en

tres grupos:

- Hadrones (fermiones y bosones): partículas fuertemente interactuantes.
Ej: nucleones o piones.
- Leptones (fermiones): partículas que no interactúan fuertemente.
Ej: electrones, muones o neutrinos.
- Bosones de gauge (bosones): partículas mediadoras de las interacciones electromagnética y débil.
Ej: fotones o bosones W y Z .

Algo que llama poderosamente la atención es que exista una gran disparidad en la cantidad de elementos que poseen los conjuntos antes mencionados: hay muchos más tipos de hadrones que leptones o bosones. Aún más, la evidencia experimental indica que los hadrones exhiben una estructura extendida en el espacio, a diferencia de lo que ocurre con los leptones y bosones, que se comportan como objetos puntuales para la precisión experimental actual. Todo ésto hizo difícil pensar que se contaba con la imagen más simple de la estructura de la materia, dándole fuerza a la idea de Gell-Mann [46] y Zweig [89] de que los hadrones, en realidad, estaban constituidos de un conjunto reducido de partículas fundamentales: los *quarks*.

En este esquema, denominado *modelo de quarks*, los hadrones obtienen sus propiedades a partir de las de los quarks, volviéndose natural buscar una clasificación de todos los hadrones en términos de sus constituyentes fundamentales. De acuerdo a este modelo, todos los hadrones pueden ser clasificados de una manera completamente consistente si uno supone que los bariones están formados por tres quarks qqq , y los mesones por pares de quarks y antiquarks $q\bar{q}$, ver Figura 1.1. Esta hipótesis es parcialmente respaldada por los resultados experimentales en los que se observa que $\sigma_{\pi p}/\sigma_{pp} = 2/3$ a altas energías, siendo $\sigma_{\pi p}$ y σ_{pp} las secciones eficaces totales de dispersión pión - protón y protón - protón, respectivamente. Para tener en cuenta la conservación del espín isotópico y los números cuánticos como extrañeza, charm, bottom y top en las reacciones hadrónicas, uno debería suponer la existencia de especies distintas o *sabores* de quarks, que se corresponden con estos números cuánticos conservados. Éstos son llamados up (u), down (d), strange (s), charm (c), bottom (b) y top (t). Para que los bariones posean cargas eléctricas enteras, las distintas especies o sabores de quarks deben tener cargas fraccionarias: $+2/3$ para el u , c , t , y $-1/3$ para el d , s y b .

El modelo de quarks tiene ciertas dificultades para describir a algunos de los estados bariónicos. Uno de ellos es el caso de la resonancia llamada Δ^{++} , de espín

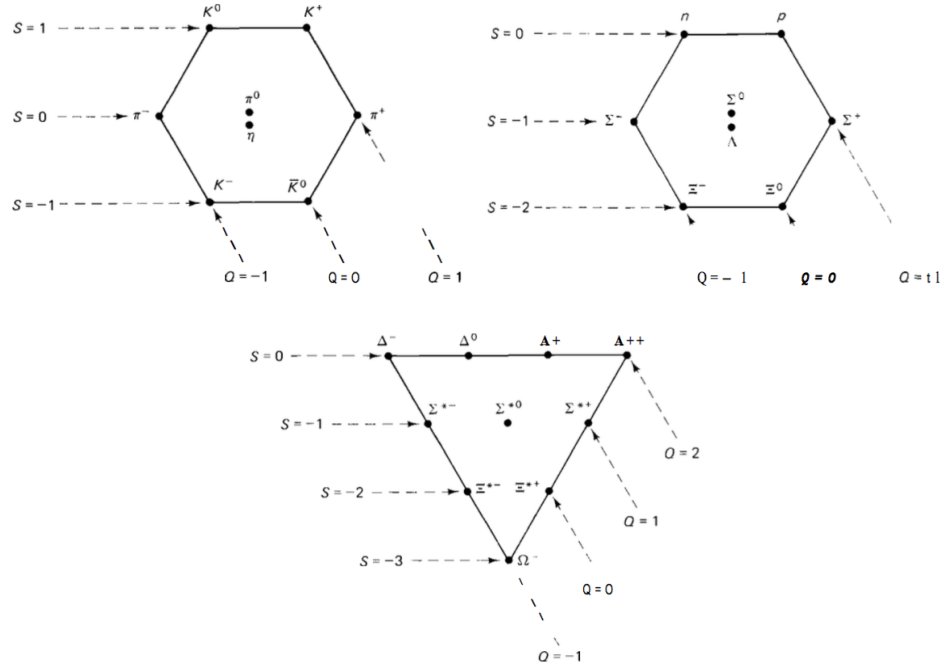


Figura 1.1: Octete de mesones y, octete y decuplete de bariones. Los hadrones en cada diagrama están organizados según su extrañeza S y su carga eléctrica Q .

$3/2$, que debería estar constituida de tres quarks u con sus espines alineados:

$$|\Delta^{++}, J = 3/2 \rangle = |u \uparrow, u \uparrow, u \uparrow \rangle \quad (1.2)$$

Sin embargo, una configuración de este tipo no es aceptable puesto que, al ser un estado totalmente simétrico, viola el Principio de Exclusión de Pauli, que establece que los estados de múltiples fermiones deben ser totalmente antisimétricos ante el intercambio de dos de ellos. Una forma de superar esta dificultad es considerar la posibilidad de que los quarks poseen un grado de libertad escondido, denominado *color*, que permite distinguir tres quarks en situaciones donde de otra manera serían partículas idénticas. Para estar de acuerdo con el principio de exclusión mencionado hace falta la existencia de, al menos, tres colores para construir un estado totalmente antisimétrico:

$$|\Delta^{++}, J = 3/2 \rangle = \varepsilon_{ijk} |u^i \uparrow, u^j \uparrow, u^k \uparrow \rangle \quad (1.3)$$

A diferencia de otros grados de libertad, no hay ninguna evidencia experimental de que los bariones o los mesones transporten color explícitamente. Ésto implica que, en una teoría consistente con las observaciones, todos los estados hadrónicos y todos los observables físicos (corrientes, energías, momentos, masas, etc.) deben ser independientes del color de los quarks. Deberíamos suponer,

entonces, que esta propiedad está ligada a una simetría exacta, asociada a un grupo de Lie, de manera tal que los estados hadrónicos deban ser invariantes bajo transformaciones de este grupo. De esta manera, se asignó a los estados de quark (antiquark) con los del triplete de la representación fundamental $\mathbf{3}$ ($\bar{\mathbf{3}}$) de $\mathbf{SU(3)}$. Así, los estados hadrónicos se construyen de manera tal que éstos pertenecen a una representación irreducible singlete de $\mathbf{SU(3)}$. Es decir, se debe discriminar entre estados hadrónicos o de múltiples quarks posibles

$$\left\{ \begin{array}{l} \mathbf{3} \otimes \mathbf{3} \otimes \mathbf{3} = \mathbf{1} \oplus \mathbf{8} \oplus \mathbf{8} \oplus \mathbf{3} \\ \mathbf{3} \otimes \bar{\mathbf{3}} = \mathbf{1} \oplus \mathbf{8} \\ \dots \end{array} \right. \quad (1.4)$$

que poseen una representación singlete en su descomposición irreducible; y estados hadrónicos imposibles

$$\left\{ \begin{array}{l} \mathbf{3} \otimes \mathbf{3} = \bar{\mathbf{3}} \oplus \mathbf{6} \\ \mathbf{3} \otimes \bar{\mathbf{3}} = \mathbf{3} \oplus \bar{\mathbf{6}} \\ \mathbf{3} \otimes \mathbf{3} \otimes \mathbf{3} \otimes \mathbf{3} = \mathbf{3} \oplus \mathbf{3} \oplus \mathbf{3} \oplus \bar{\mathbf{6}} \oplus \mathbf{15} \oplus \mathbf{15} \oplus \mathbf{15} \oplus \mathbf{15} \\ \dots \end{array} \right. \quad (1.5)$$

que no admiten una representación singlete es su descomposición irreducible. El postulado de no observación de color es esencialmente el mismo que aquel del *confinamiento* de quarks que requiere que los quarks estén confinados dentro de los hadrones y no puedan ser observados como estados aislados.

1.3. Colisiones profundamente inelásticas

A mediados de los años sesenta del siglo pasado, la idea de la existencia de los quarks, resultaba muy prometedora sobre todo a partir de los resultados experimentales que, fueron obtenidos en el laboratorio SLAC, a los que volveremos hacia el final de la sección. Para probar la existencia de los quarks deberíamos ser capaces de “fotografiar” el interior los hadrones con suficiente detalle. La dispersión de electrones era una técnica bien probada por haber permitido develar cómo están estructurados los átomos. El procedimiento consiste básicamente en medir la distribución angular de los electrones dispersados y compararla con alguna sección eficaz conocida a partir del modelo de la partícula dispersora.

Al orden más bajo en teoría de perturbaciones, el electrón y el protón interactúan a través del intercambio de un fotón. La sección eficaz de dispersión, en

el sistema de laboratorio (sistema propio del protón), puede escribirse como:

$$\left. \frac{d\sigma}{dE' d\Omega} \right|_{\text{lab}} = \frac{\alpha^2}{4E^2 \sin^4 \frac{\theta}{2}} \left\{ \left(F_1^2(q^2) - \frac{\kappa^2 q^2}{4M^2} F_2^2(q^2) \right) \cos^2 \frac{\theta}{2} + \right. \\ \left. - \frac{q^2}{2M^2} (F_1(q^2) + \kappa F_2(q^2))^2 \sin^2 \frac{\theta}{2} \right\} \delta \left(\nu + \frac{q^2}{2M} \right) \quad (1.6)$$

donde $p = (E, \vec{p})$ y $p' = (E', \vec{p}')$ y, $P = (M, \vec{0})$ y $P' = (E', \vec{P}')$ son los cuadrimomentos inicial y final del electrón y el protón, respectivamente, y $q = p - p'$ es el impulso transferido del electrón al protón. La cinemática del proceso está contenida en la función delta que establece una relación entre el valor de $\nu = P \cdot q/M = E - E'$ y el de $q^2 = -4EE' \sin^2 \theta/2$, siendo θ el ángulo de dispersión del electrón respecto de la dirección incidente. Es simple ver entonces que, el estado final queda completamente determinado por una única variable cinemática, por ejemplo $Q^2 = -q^2$.

Las funciones escalares F_1 y F_2 son los factores de forma del protón y parametrizan nuestra ignorancia acerca de su estructura interna. Cuanto mayor es la transferencia de impulso Q^2 del electrón al protón, mejor será nuestra capacidad de resolver detalles de la estructura interna del protón. Si éste fuese una partícula puntual su “imagen” sería independiente de nuestro poder de resolución. En consecuencia, los factores de forma serían constantes. Más aún, deberían tomar los valores: $F_1 = 1$ y $F_2 = 0$. Sin embargo, los experimentos muestran que los factores de forma decrecen como $1/Q^4$, haciendo cada vez más difícil llevar a cabo una medida precisa de la sección eficaz.

Para Q^2 lo suficientemente grande, la interacción puede volverse tan violenta que conduciría al “rompimiento” del protón. Si éste es el caso, decenas de hadrones son producidos en el estado final perdiéndose por completo, en el desorden, la identidad del protón inicial. Este proceso, denominado inelástico, requiere de un nuevo formalismo para ser descripto, donde la sección eficaz de la dispersión puede escribirse como:

$$\left. \frac{d\sigma}{dE' d\Omega} \right|_{\text{lab}} = \frac{\alpha^2}{4E^2 \sin^4 \frac{\theta}{2}} \left\{ 2W_1(\nu, Q^2) \sin^2 \frac{\theta}{2} + W_2(\nu, Q^2) \cos^2 \frac{\theta}{2} \right\} \quad (1.7)$$

La ausencia de la función delta indica que la cinemática del proceso inelástico es diferente: Q^2 y ν son ahora dos variables independientes relacionadas entre sí a través del vínculo:

$$\mathcal{W}^2 = M^2 + 2M\nu - Q^2 \quad (1.8)$$

donde \mathcal{W} es la masa invariante del estado final de múltiples hadrones. Las funciones escalares W_1 y W_2 son los factores de forma inelásticos que permiten parametrizar el proceso.

Para ν y Q^2 tales que \mathcal{W} es pequeño, la sección eficaz $d\sigma/d\mathcal{W}$ como función de \mathcal{W} presenta picos cada vez que \mathcal{W} cruza el valor correspondiente a la resonancia de producción de algún tipo de hadrón. A medida que \mathcal{W} crece se alcanza una región donde se establece un comportamiento suave. En esta región, la dispersión se dice profundamente inelástica y corresponde al dominio de valores grandes de Q^2 y \mathcal{W} y, por lo tanto, también al de valores grandes de ν . Es decir, en este tipo de procesos los electrones pierden gran parte de su energía durante la dispersión.

Uno de los descubrimientos más remarcables de las observaciones realizadas en SLAC (Stanford Linear Accelerator), en 1968, fue el hecho de que, a diferencia de lo que ocurre con los factores de forma elásticos, νW_2 se comporta como prácticamente independiente de Q^2 para valores mayores a 1 GeV^2 y valores fijos de $x = Q^2/2M\nu$ (ver Figura 1.2). Este comportamiento sorprendente de los factores de forma con Q^2 fue predicho por Bjorken, quien estudiando el límite matemático (al que suele referirse como *límite de Bjorken*) $Q^2 \rightarrow \infty$ y $\nu \rightarrow \infty$, con x fijo, argumentó que

$$\begin{aligned} MW_1(\nu, Q^2) &\longrightarrow F_1(1/x) \\ \nu W_2(\nu, Q^2) &\longrightarrow F_2(1/x) \end{aligned} \quad (1.9)$$

Esta propiedad, conocida como *escalado de Bjorken*, sugiere de alguna manera que el mecanismo subyacente de dispersión del electrón estaría ocurriendo contra objetos puntuales, denominadas partones que dieron lugar al modelo que será descrito en la siguiente sección.

1.4. Modelo de partones y funciones de densidad de partones

El modelo de partones supone que el protón y el resto de los hadrones están compuestos de constituyentes puntuales que son llamados *partones*. La física detrás del modelo de partones puede observarse, de manera más simple, en los procesos de dispersión leptón - nucleón profundamente inelástica. Al momento de la colisión, los constituyentes del nucleón se encuentran en un estado virtual transportando una fracción del momento del nucleón ξP . Este estado, en el sistema propio del nucleón, tiene una vida media de τ segundos. El valor preciso de τ depende de la estructura interna del nucleón. Supongamos, entonces, que esta

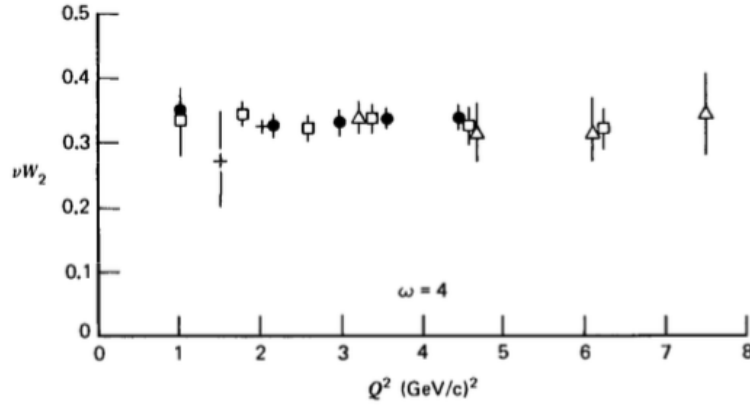


Figura 1.2: Función de estructura νW_2 determinada a través de la dispersión electrón - protón como función de Q^2 , para x constante. Los datos provienen del Stanford Linear Accelerator.

vida media tiene un valor mínimo τ_0 , tal que los nucleones están constituidos de estados virtuales en su sistema de referencia propios.

En el centro de masa del proceso dispersivo, el nucleón sufre los efectos de la contracción espacial y la dilatación temporal. Así, en este sistema de referencia, la vida media del estado virtual es $\tau/\sqrt{1-v^2/c^2} \gg \tau$, donde v es la velocidad del nucleón. Este efecto, combinado con la contracción espacial, significa que el tiempo que le toma al electrón atravesar el nucleón disminuye a medida que la energía de centro de masa crece. Al momento de la colisión, el electrón ve a la colección de constituyentes del nucleón como si éstos, durante su tránsito, estuvieran prácticamente estáticos. Ésto implica que la última interacción entre ellos ocurrió un largo tiempo atrás. De esta manera, resulta natural sugerir que el choque a corta distancia entre el electrón y alguno de los constituyentes del nucleón puede considerarse despreciando las interacciones con el resto de los partones que lo retienen dentro de él.

En el límite de Bjorken, los factores de forma dependen de Q^2 y ν a través de la combinación

$$x = \frac{Q^2}{2M\nu} \quad (1.10)$$

De esta manera, a x fijo, la cinemática del proceso inelástico se reduce a una forma muy similar a la de la cinemática de un proceso elástico. Así, por comparación directa con la sección eficaz elástica, si la dispersión del electrón ocurre elásticamente contra una partícula puntual de spin semi-entero, de masa m_j y carga fraccionaria e_j

$$\hat{W}_1^{(j)} = e_j^2 \frac{Q^2}{4m_j^2\nu} \delta\left(1 - \frac{Q^2}{2m_j\nu}\right) \quad (1.11)$$

$$\nu \hat{W}_2^{(j)} = e_j^2 \delta \left(1 - \frac{Q^2}{2m_j \nu} \right) \quad (1.12)$$

Por lo tanto, la sección eficaz posee una forma picada al rededor de $Q^2/2m_j \nu = 1$ o $Q^2/2M\nu = m_j/M$. Sin embargo, los experimentos muestran que los factores de forma inelástico poseen un comportamiento suave como función de $x = Q^2/2M\nu$. Para construir una curva suave a partir de una superposición de funciones tipo δ se requiere que haya una distribución de masas. Se introducen entonces las *densidades de partones* $f_j(x')dx'$ que cuentan el número de partones del tipo j con masas $x'M$, donde $0 \leq x' \leq 1$. Es decir, la masa efectiva de los partones va de 0 a M y no es un número fijo.

A partir de estas hipótesis, estamos en condiciones de calcular los factores de forma inelásticos $W_{1,2}$ como sigue

$$W_{1,2} = \sum_j W_{1,2}^{(j)} = \sum_j \int_0^1 dx' \hat{W}_{1,2}^{(j)}(x') f_j(x') \quad (1.13)$$

De esta manera

$$\begin{aligned} W_1 &= \sum_j \int_0^1 dx' f_j(x') e_j^2 \frac{Q^2}{4x'^2 M^2 \nu} \delta \left(1 - \frac{Q^2}{2x' M \nu} \right) \\ &= \frac{1}{2M} \sum_j e_j^2 f_j(x) \end{aligned} \quad (1.14)$$

De la misma modo, podemos calcular el factor de forma restante y verificar que:

$$\nu W_2 = x \sum_j e_j^2 f_j(x) \quad (1.15)$$

Es importante remarcar que otro sistema de referencia inercial distinto al del laboratorio, resulta más apropiado hablar de x' como la fracción de impulso del hadrón transportado por el partón.

Aplicando estos resultados al cálculo de la sección eficaz de dispersión electrón protón inelástica, en el límite de Bjorken se escribe como:

$$\begin{aligned} \left. \frac{d\sigma}{dE' d\Omega} \right|_{\text{lab}} &= \sum_j \int_0^1 dx' f_j(x') \times \\ &\times \frac{\alpha^2 e_j^2}{4E^2 \sin^4 \frac{\theta}{2}} \left\{ \cos^2 \frac{\theta}{2} + \frac{Q^2}{2x'^2 M^2} \sin^2 \frac{\theta}{2} \right\} \delta \left(\nu - \frac{Q^2}{2x' M} \right) = \\ &= \sum_j \int_0^1 dx' f_j(x') \hat{\sigma}_j(p, x' P) \end{aligned} \quad (1.16)$$

donde $\hat{\sigma}$ describe la sección eficaz de dispersión elástica entre un electrón de momento p , y un partón libre, con carga fraccionaria e_j y momento $x'P$.

De una manera más sistemática, las secciones eficaces en el modelo de partones son calculadas a partir de diagramas tipo árbol, que describen la dispersión de los partones, combinados con las densidades de partones que explican la estructura interna del nucleón. Así la colisión entre un leptón con momento p y un hadrón A con momento P descrita por una sección eficaz con la forma esquemática

$$\sigma_A \propto \sum_i \int_0^1 dx' \hat{\sigma}(p, x'P) f_i^{(A)}(x') \quad (1.17)$$

O similarmente, para la dispersión electromagnética entre dos hadrones A y B , con momentos P y P' respectivamente

$$\sigma_{AB} \propto \sum_{ij} \int_0^1 dx' dx'' \hat{\sigma}(x'P, x''P') f_j^{(A)}(x') f_j^{(B)}(x'') \quad (1.18)$$

A partir del éxito de las teorías de *gauge* para describir las interacciones electromagnética y débil, y de la consistencia en la clasificación del espectro de hadrones en términos de los quarks, resulta natural esperar que los gránulos puntuales observados, en el límite de Bjorken, en el interior de los hadrones pueden indentificarse con los quarks. Podríamos reescribir los factores de forma inelásticos como:

$$F_2(x) = x \left\{ \left(\frac{2}{3} \right)^2 [u(x) + \bar{u}(x)] + \left(\frac{1}{3} \right)^2 [d(x) + \bar{d}(x) + s(x) + \bar{s}(x)] \right\} \quad (1.19)$$

donde la densidades de partones $\bar{u}(x)$, $\bar{d}(x)$ y $\bar{s}(x)$ refieren a los antiquarks. Además puede probarse que las funciones de estructura satisfacen la relación de Callan - Gross:

$$F_1(x) = \frac{1}{2x} F_2(x) \quad (1.20)$$

Ahora bien, si sumáramos el momento de todos los quarks, deberíamos obtener el momento del hadrón que transporta. Es decir,

$$P = \sum_j \int_0^1 dx xP f_j(x) \rightarrow \sum_j \int_0^1 dx x f_j(x) = 1 \quad (1.21)$$

Sin embargo, la evidencia experimental muestra que para el protón [69]

$$\int_0^1 dx x [u(x) + \bar{u}(x) + d(x) + \bar{d}(x) + s(x) + \bar{s}(x)] \approx 0,45 \pm 0,03 \quad (1.22)$$

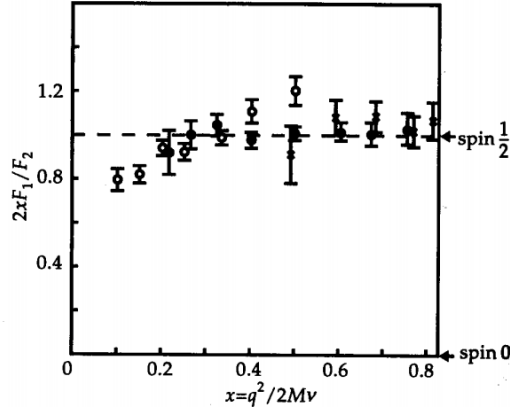


Figura 1.3: La relación entre las funciones de estructura F_1 y F_2 dentro de la región donde se satisface el escaleo de Bjorken provee una prueba de la relación de Callan - Gross.

Es decir, los quarks y antiquarks transportan únicamente la mitad del momento total del protón. Esto implica que deben existir otros constituyentes además del protón. Sin embargo, la hipótesis de que los hadrones están constituidos por quarks y antiquarks obtuvo muy buenos resultados en la descripción de procesos de dispersión electromagnética, así como también débil. Por lo tanto, resulta evidente que estos otros constituyentes no están participando de dichas interacciones y, por lo tanto, no transportan carga eléctrica ni débil.

1.5. Cromodinámica Cuántica

Los resultados experimentales de la dispersión profundamente inelástica requieren no sólo de la existencia de partículas cargadas, como los quarks, sino también de otras eléctricamente neutras como constituyentes del protón.

Recordemos que los quarks deben estar dotados del número cuántico de color para remediar cualquier discrepancia con el principio de exclusión de Pauli. Sin embargo, no hay evidencia experimental de esta propiedad en la naturaleza con lo cual los quarks no pueden existir como partículas aisladas, sino que deben estar confinados en el interior de los hadrones configurados en estados colectivos de color neutro. El confinamiento requiere, naturalmente, algún tipo de interacción por lo que, mediados de siglo XX, resultó natural describir la dinámica de los quarks sometidos a este tipo de interacción a través de una teoría cuántica de campos con simetría de gauge local, con el color actuando como una cantidad análoga a la carga eléctrica. Este tipo de teorías son invariantes bajo un conjunto de transformaciones que conforman un grupo. Para ello se requiere la inclusión de campos de gauge, denominados *gluones*. Adoptando la notación de índices

repetidos el Lagrangiano que describe la física de los quarks toma la forma

$$\mathcal{L} = \bar{\psi}_j(i\gamma^\mu\partial_\mu - m_j)\psi_j + g_s G_\mu^a \bar{\psi}_j \gamma^\mu t_{jk}^a \psi_k \quad (1.23)$$

donde ψ_i y $G_{\mu\nu}^a$ denotan a los quarks y los gluones, respectivamente. Además, el parámetro m_j representan la masa de los quarks del tipo j . La interacción entre partículas con color, como una copia de la interacción electromagnética, es mediada por los gluones que ocupan un lugar análogo al de los fotones.

Los elementos t_{jk}^a , que aparecen en el segundo término del Lagrangiano, pertenecen a las matrices que representan a los generadores del grupo de simetría de la teoría. Este término describe la interacción entre gluones y quarks, pesado por la constante de acoplamiento g_s , que en principio no es ni electromagnético ni débil. De esta manera, los gluones bien pueden ser considerados como aquellos constituyentes no cargados que transportan gran parte del momento total de los hadrones.

El grupo de simetría puede ser cualquiera. Sin embargo, resulta completamente lógico y, además, suficiente con que éste sea el grupo asociado a la simetría exacta del modelo de quarks, es decir, **SU(3)**.

Para hacer esta interacción física y no completamente arbitraria, los campos de gauge necesitan propagarse en el espacio. Debemos, entonces, sumarle a \mathcal{L} un término que describa la dinámica de los campos de gauge. \mathcal{L} debe ser completado respetando la invariancia de gauge, por lo que la forma más simple posible para los términos asociados a los campos G_μ^a es el de las acciones de Yang - Mills

$$\mathcal{L}^* = -\frac{1}{4}F^{a\mu\nu}F_{\mu\nu}^a \quad (1.24)$$

donde $F_{\mu\nu}^a = \partial_\mu G_\nu^a - \partial_\nu G_\mu^a + g_s f^{abc} G_\mu^b G_\nu^c$, con f^{abc} denotando a las constantes de estructura de **SU(3)**. Una consecuencia importante de que teoría sea invariante ante las operaciones de un grupo no abeliano, como es el caso de **SU(3)**, es que los campos de gauge G_μ^a también están dotados de color y pueden interactuar entre ellos.

Finalmente, el Lagrangiano completo para una teoría dinámica de quarks, denominada Cromodinámica Cuántica (QCD), resulta

$$\mathcal{L}_{\text{QCD}} = \bar{\psi}_j(i\gamma^\mu\partial_\mu - m_j)\psi_j + g_s G_\mu^a \bar{\psi}_j \gamma^\mu t_{jk}^a \psi_k - \frac{1}{4}F^{a\mu\nu}F_{\mu\nu}^a \quad (1.25)$$

Ahora bien, la definición de \mathcal{L}_{QCD} depende, además de los campos asociados a los quarks y gluones, de los valores de dos tipos de parámetros: las masas de los quarks m_j y la constante de acoplamiento fuerte g_s . Sobre el caso particular las m_j se debe remarcar que, a diferencia de lo que ocurre con los leptones, la masa de los quarks no puede medirse de forma directa sino que debe ser determinada

1.6. Constantes de acoplamiento móviles, libertad asintótica y confinamiento 13

indirectamente a través de su influencia sobre las propiedades de los hadrones, dentro de los que se encuentran confinados. Aunque se suele hablar de la masa de los quarks de la misma forma que se lo hace sobre la masa del electrón o el muón, cualquiera afirmación acerca del valor de la masa de un quark debe referirse al marco teórico particular que se está utilizando para definirlo. En particular, las masa de los quarks livianos (m_u , m_d y m_s) son muy pequeñas respecto de las escalas de energía a las que es válido utilizar la teoría de perturbaciones (algo que quedará claro luego de la discusión, en la próxima sección, acerca de la libertad asintótica) y, por lo tanto, éstas deben ser determinadas a través de análisis no perturbativos. La situación es completamente distinta para el caso de las masas de los quarks pesados. Éstas pueden ser determinadas usando teorías efectivas que incluyen tanto correcciones radiativas, calculadas a partir de la teoría de perturbaciones, como también correcciones no perturbativas [50].

1.6. Constantes de acoplamiento móviles, libertad asintótica y confinamiento

Si parámetros como m_j o g_S son considerados como números fijos, entonces se encuentra que, en el cálculo perturbativo de muchos elementos de la matriz S , las integrales asociadas a ciertos diagramas de Feynman divergen. Por ejemplo, la autoenergía de los quarks contiene la integral

$$\int \frac{d^4 k}{k^2[(p-k)^2 - m_j^2]} \xrightarrow{|k| \rightarrow \infty} \int \frac{d^4 k}{k^4} \quad (1.26)$$

que diverge logarítmicamente. Una manera de evitar la divergencia es introducir un corte λ en la integral, de manera tal que la integral resulte proporcional a $\log \lambda$. Sin embargo, nos encontraremos, en términos generales, con que los elementos S_B de la matriz S dependen de λ y que

$$\lim_{\lambda \rightarrow \infty} S_B(\lambda) = \infty \quad (1.27)$$

dando lugar a resultados sin sentido.

Los esquemas de renormalización que proveen de resultados finitos están basados en la brillante idea de permitir que los parámetros dependan de λ y tratar de ajustar esta dependencia para cancelar los infinitos que ocurren cuando $\lambda \rightarrow \infty$. Esta idea conduce a que la constante de acoplamiento, entre otros parámetros de la teoría, sea reemplazada por una función llamada *constante de acoplamiento móvil*.

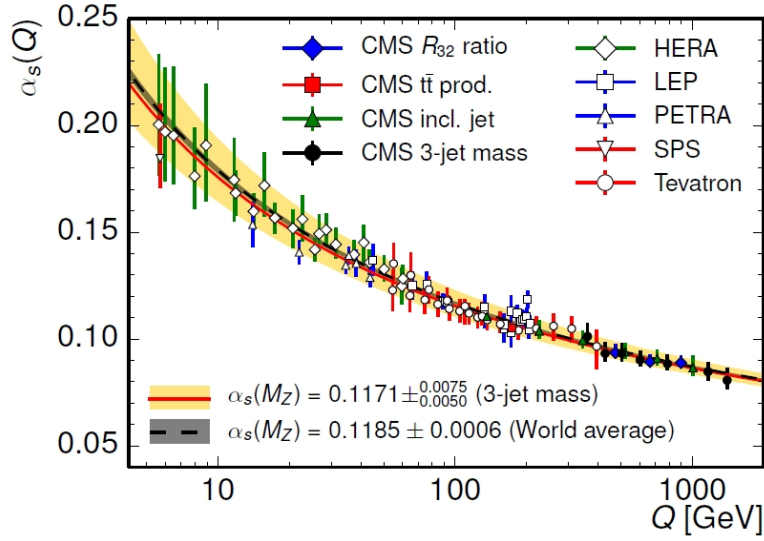


Figura 1.4: Distintas determinaciones, a partir de datos experimentales, del comportamiento de la constante de acoplamiento α_S en función de las escala de energía Q .

En teorías no abelianas, como es el caso de QCD, la constante de acoplamiento g_S depende de una escala de energía, que llamaremos k^2 , y entonces es posible demostrar que

$$\alpha_S(k^2) = \frac{\alpha_S(\mu)}{1 + b \alpha_S(\mu) \log k^2/\mu^2} + \mathcal{O}(\alpha_S(\mu)) \quad (1.28)$$

donde $\alpha_S = g_S/4\pi$ y μ representa una escala de energía de referencia. Resulta importante remarcar que la dependencia de α_S con la escala de energía no es simplemente un argumento técnico que permite corregir las singularidades de la teoría, sino que además puede ser determinada experimentalmente, como puede observarse en la Figura 1.4. La cantidad b depende de la estructura de grupo. Para **SU(3)**

$$b = \frac{1}{12\pi}(33 - 2N_F) \quad (1.29)$$

siendo N_F el número de especies distintas de quarks. Vemos entonces que, si el número de especies distintas no supera las dieciséis, b es positivo y, entonces, para $k^2/\mu^2 \rightarrow \infty$, g_S tiende a anularse. Es decir, la teoría es asintóticamente libre.

Por el contrario, es simple notar que a valores bajos de k^2 , α_S se vuelve grande. Este comportamiento es posiblemente el responsable del confinamiento de los quarks y gluones dentro de los hadrones. De hecho, es posible calcular el

valor de k^2 , que denotaremos como Λ^2 , para el cual el acoplamiento se vuelve suficientemente grande

$$\Lambda^2 = \mu^2 \exp \left[-\frac{1}{\alpha_S(\mu) b} \right] \quad (1.30)$$

Podemos pensar a Λ^2 como una escala de energía que establece la frontera entre el mundo quarks y gluones casi libres, donde es posible implementar la teoría de perturbaciones, del mundo de los hadrones, donde los partones nos pueden independizarse unos de otros. El valor de este parámetro no es predicho por la teoría aunque, experimentalmente, puede determinarse que $\Lambda = 217_{-23}^{+25} \text{MeV}$.

1.7. Divergencias infrarrojas y factorización

La gran dificultad en cualquier cálculo de QCD está relacionada con los hadrones. Estos objetos son una manifestación no perturbativa de QCD y el problema es derivar algunas consecuencias de la misma teoría cuando no somos capaces de manejar sus aspectos puramente no perturbativos. De alguna manera se debe encontrar una mezcla entre la parte perturbativa y no perturbativa de la teoría manteniendo la frontera sutil entre ellas.

A pesar de que la libertad asintótica de QCD nos permite utilizar, de manera bastante controlada, una aproximación perturbativa de la interacción fuerte, nos enfrentamos constantemente con la dificultad de calcular amplitudes de dispersión cuando sabemos que los quarks y los gluones no son partículas detectables. Sin embargo, el modelo de partones de alguna manera indicó el camino con la inclusión de las densidades de partones. Así, las secciones eficaces de interacción leptón - hadrón resulta

$$\left. \frac{d\sigma}{dE'} \right|_{\text{lab}} = \sum_j \int_0^1 dx \, \hat{\sigma}_j(k, xP) f_j(x) \quad (1.31)$$

La descripción de este proceso incluye la interacción de leptones, que sólo pueden interactuar débil o electromagnéticamente, con partones. Sin embargo, puesto que ningún leptón transporta color, las contribuciones de los gluones a este procesos ocurren a órdenes más altos que el dominante, en teoría de perturbaciones. Con los efectos de los gluones ausentes, QCD recupera todos los resultados del modelo de partones.

Al mejorar el cálculo perturbativo, incluyendo los órdenes siguientes al dominante, debe incluirse en el modelo una función densidad para los gluones, es decir, la suma sobre j contendrá en QCD, a diferencia del modelo de partones, un término extra. Además de ésto, ciertos problemas deben enfrentarse: las secciones eficaces poseen distintos tipos de divergencias infrarrojas.

Por un lado, encontramos a las divergencias *soft* que aparecen en cualquiera teoría que incluya campos no masivos, como es el caso de los gluones. Mientras que las divergencias ultravioletas están asociadas con el límite de grandes momentos, las singularidades *soft* están relacionadas con fenómenos de bajas energías asociados a largas distancias. Sin embargo, la cancelación de estas últimas también puede realizarse empleando regularización dimensional.

Existe más de una fuente de divergencias *soft*. Por una lado, los procesos con correcciones virtuales, donde partículas externas intercambian campos no masivos (como fotones o gluones). Otra fuentes de divergencia *soft* son estados finales degenerados, donde un detector no puede distinguir entre una cierta partícula en el estado final y la misma partícula junta con otra transportando muy poco momento (señalada como *soft*). Típicamente, la partículas, radiadas por partículas externas en el estado inicial o final, son llamadas correcciones reales. Ambos tipos de divergencia se cancelan cuando se suman apropiadamente las correcciones virtuales y reales (teorema de Kinoshita - Lee - Nauenberg [55, 66]).

Por otra parte, cuando campos no masivos se acoplan entre sí, se genera otro tipo de divergencia. Éstas son conocidas como singularidades de masa o colineales pues ocurren en aquellas configuraciones en las que los momentos de las partículas no masivas resultan colineales. Nuevamente, un detector no puede distinguir entre un estado final de una única partícula o dos, cuantas inciden prácticamente en la misma región del detector. Es decir, el estado final resulta degenerado cuando las partículas viajan en la misma dirección si la resolución angular no es suficiente.

El análisis de las divergencias colineales es central en los cálculos de QCD puesto que, como éstos se realizan en el límite de altas energías, donde los efectos de la masa de los quarks son presumiblemente despreciables, la aproximación de partones no masivos es generalmente utilizada para simplificar las expresiones de las secciones eficaces. En esta aproximación el acoplamiento entre cualquier tipo de partones se vuelve problemático. Sin embargo, este comportamiento singular puede factorizarse sistemáticamente de manera tal que:

$$\hat{\sigma}_j(k, p) = \sum_a \int_0^1 dz \tilde{\sigma}_a(k, zp, Q^2/\mu_F^2) \Gamma_{aj}(z, \mu_F^2/m_a^2) \quad (1.32)$$

donde las funciones de transición Γ_{ab} , calculadas perturbativamente, vienen dadas por

$$\Gamma_{ab}(z, \mu_F^2/m_a^2) = \delta_{ab} \delta(1-z) + \frac{\alpha_S}{2\pi} P_{ab}^{(0)}(z) \log \frac{\mu_F^2}{m_a^2} + \mathcal{O}(\alpha_S^2) \quad (1.33)$$

La variable μ_F es una escala de energía introducida para aislar la divergencia en $\hat{\sigma}$ que ocurre para $\mu_F^2 \gg m_a^2$. Por otra parte, las secciones eficaces factorizadas

$\tilde{\sigma}$ resultan finitas (libres de divergencias infrarrojas) para $\mu_F^2 \approx Q^2$. Si éste es el caso, $\log \mu_F^2/m_a^2 \gg 1$ y, entonces, todos los términos de la serie perturbativa que define a las funciones Γ_{ab} resultan igualmente importantes. La factorización descrita por la Ecs. (1.32) no permite, por sí sola, corregir las singularidades en las secciones eficaces partónicos. Sin embargo, aunque no existe un mecanismo automático de cancelación como en el caso de las singularidades soft, las divergencias colineales pueden ser absorbidas en las densidades de partones, bajo el argumento de que las $f_j(x)$ antes introducidas son en realidad cantidades incommensurables, mientras que aquellas físicamente observables resultan de la redefinición

$$f_a(x, \mu_F) = \sum_j \int_x^1 \frac{dy}{y} \Gamma_{aj}(x/y, \mu_F^2/m_a^2) f_j(y) = \sum_j \Gamma_{aj} \otimes f_j \quad (1.34)$$

Éste argumento es análogo a lo que ocurre con la constante de acoplamiento y las divergencias ultravioletas. Aquí, se ha introducido la notación $f \otimes g$, que usaremos recurrentemente a lo largo de ésta Tesis, para representar convoluciones el tipo:

$$f \otimes g = \int_x^1 dy f(y) g(x/y) \quad (1.35)$$

Generalizando este resultado, la factorización [33] de las divergencias colineales permite escribir la sección eficaz la dispersión totalmente inclusiva entre un leptón ℓ y un hadrón A,

$$d\sigma(p_\ell + p_A \rightarrow X) = \sum_k \int dx f_k^A(x, \mu_F) \tilde{\sigma}_k(p_\ell + xp_A \rightarrow X, \mu_F) \quad (1.36)$$

Similarmente, si lo buscado es describir la dispersión entre dos hadrones A y B

$$\begin{aligned} d\sigma(p_A + p_B \rightarrow X) &= \\ &= \sum_{jk} \int dx \int dx' f_j^A(x, \mu_F) f_k^B(x', \mu_F) \tilde{\sigma}_{jk}(xp_A + x'p_B \rightarrow X) \end{aligned} \quad (1.37)$$

En cualquier caso, las secciones eficaces $\tilde{\sigma}$ son finitas y perturbativamente calculables en el límite de valores grandes de la escala de energía μ_F (o equivalentemente cortas distancias). Sin embargo, en este mismo límite, las funciones f_j^N resultan cantidades no perturbativas al contener contribuciones correspondientes a bajas escalas de energía (del orden de las masas de las masas m_a), o largas distancias.

Las densidades de partones efectivas $f(x, \mu_F)$ sí resultan finitas, pero además, dependientes de una escala de energía. Consecuentemente, las funciones de

estructura también lo son

$$MW_1 = \frac{1}{2} \sum_j e_j^2 f_j(x, \mu_F) + \mathcal{O}(\alpha_S^2) \quad (1.38)$$

violando el escaleo de Bjorken. Sin embargo, dado que la dependencia con la escala es logarítmica, el efecto es sutil, convirtiendo éste comportamiento de independencia de escala en una aproximación de la predicción de QCD, como puede observarse en la Figura 1.5 para valores pequeños de la fracción de impulso x .

Diferenciando las densidades de partones respecto al $\log \mu_F^2$ obtenemos un sistema de ecuaciones que determina la evolución de las densidades de partones respecto de la escala de μ_F

$$\frac{df_a}{d \log \mu_F^2} = P_{ab} \otimes f_b \quad (1.39)$$

donde se asume la suma sobre índices repetidos. Este sistema de ecuaciones se conoce como DGLAP por Dokshitzer (1977), Gribov y Lipatov (1972), y Altarelli y Parisi (1977), quienes lo dedujeron de manera independiente. La ecuaciones de evolución tiene una interpretación física: la posibilidad de encontrar un partón del tipo a , con momento $y > x$, radiando otro partón del tipo b y reduciendo su momento de y a x , alimenta a las densidades de partones a través de los *núcleos de Altarelli - Parisi*

$$P_{ab}(z) = P_{ab}^{(0)}(z) + \frac{\alpha_S}{2\pi} P_{ab}^{(1)}(z) + \dots \quad (1.40)$$

Las densidades de partones efectivas $f_j(x, \mu_F)$ son, al absorber en su definición la parte singular de las secciones eficaces partónicas, cantidades naturalmente no perturbativas. Es importante mencionar que además no son sensibles al proceso de dispersión, es decir, el mismo esquema de sustracción de divergencias colineales es utilizado para cualquier cálculo de secciones eficaces de QCD. Esta propiedad de universalidad de las densidades de partones es realmente importante en QCD perturbativa puesto que permite considerar la posibilidad de que puedan extraerse a partir de los datos experimentales.

1.8. Análisis globales de QCD

Los teoremas de factorización, como cimientos del modelo de partones mejorado por QCD, proveen un marco de trabajo consistente para interpretar los resultados experimentales de cualquier proceso de interacción en el que participen

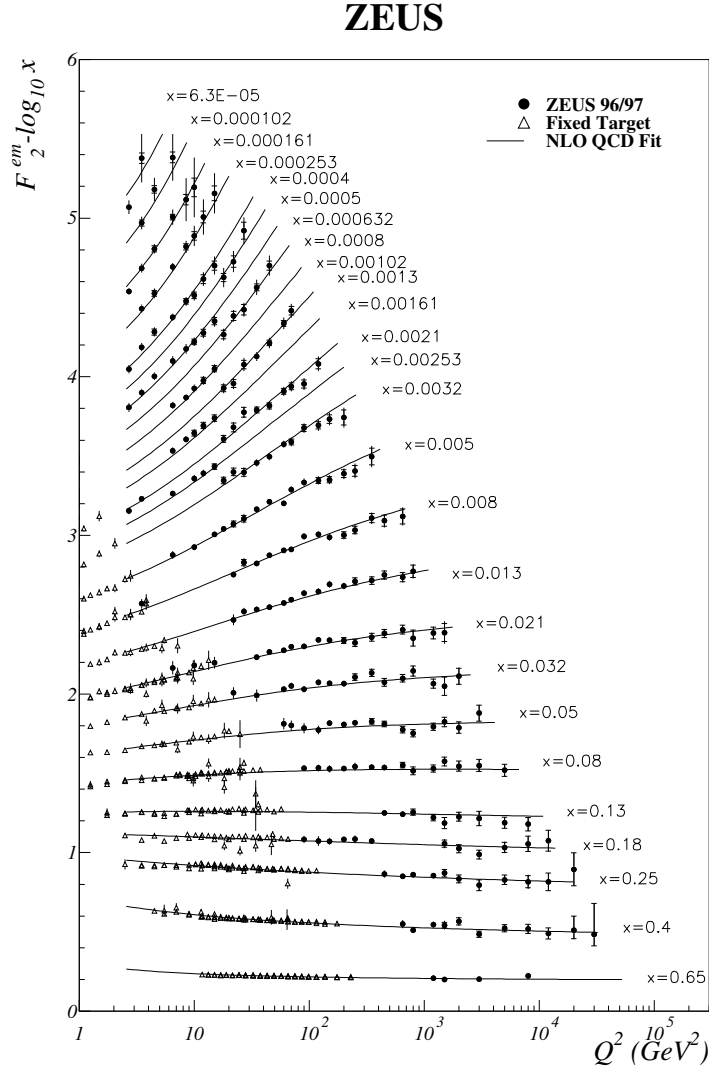


Figura 1.5: Función de estructura F_2 en función de la escala de energía Q^2 , para x fijo. Los datos experimentales provienen de los experimentos ZEUS (puntos) y los experimentos a blanco fijo NMX, BCDM5 y E665 (triángulos). Además, se presentan las predicciones de QCD, al orden siguiente al dominante (NLO), para la función F_2 .

hadrones. Sin embargo, como hemos mencionado previamente, las densidades de partones resultan imprescindibles para calcular secciones eficaces de procesos con hadrones en el estado inicial.

La información contenida en estas funciones, debido a su naturaleza no perturbativa, resulta inaccesible desde el punto de vista teórico. Sin embargo, muchos procesos de dispersión leptón - hadrón o hadrón - hadrón pueden servir como fuentes de información acerca de las densidades de partones. El estudio

sistemático de estos procesos para extraer densidades de partones con suficiente precisión es conocido como análisis global de QCD.

Idealmente, en un análisis global se hace uso de datos experimentales para extraer un conjunto único de densidades de partones que puede utilizarse para hacer futuras predicciones, o como un test de consistencia de QCD o del Modelo Estándar y, para la búsqueda de nueva física. De esta manera, la estrategia principal consiste en incluir tantos datos experimentales como sea posible.

La contribución teórica más importante de QCD a los análisis globales son las secciones eficaces de dispersión de partones calculadas perturbativamente, a las que debemos agregar las ecuaciones de evolución de QCD que controlan la dependencia en la escala de factorización μ de las densidades de partones. Para ello se requiere el cálculo de los núcleos de Altarelli - Parisi, al mismo orden que las secciones eficaces partónicas, con el objetivo de obtener resultados consistentes con las fórmulas de factorización.

Para proceder con el análisis global, se necesita proveer un conjunto de densidades de partones iniciales a alguna escala $\mu = Q_0$ (condiciones de contorno para fijar las soluciones de las ecuaciones de evolución). Ésto se realiza en términos de funciones $f_j(x, Q_0, \{a_i\})$, donde los a_i son parámetros ajustables que, al terminar un análisis global, serán determinados a través de un proceso de ajuste. En principio, debería existir completa libertad para elegir la forma paramétrica de las densidades de partones iniciales, puesto que estas funciones representan nuestra ignorancia sobre la estructura no perturbativa de los hadrones a una escala donde quarks y gluones se encuentran confinados. Sin embargo, en la práctica las parametrizaciones suelen tener la forma

$$f_j(x, Q_0, \{a_i\}) = a_0 x^{a_1} (1-x)^{a_2} \mathcal{P}(x) \quad (1.41)$$

Motivaciones físicas, originadas en los límites de $x \rightarrow 0$, permiten interpretar a a_1 en la teoría de Regge. Por otro parte, a_2 puede relacionarse, en el límite $x \rightarrow 1$, con la función de onda de los quarks de valencia y las reglas de conteo. La función $\mathcal{P}(x)$, es de origen puramente fenomenológica y se escoge para que el comportamiento a valores intermedios de x sea el necesario para representar adecuadamente a las densidades de partones no perturbativas. Por último, es importante mencionar que ciertas consideraciones, como por ejemplo la simetría de isoespín fuerte, pueden implementarse para reducir el número de parámetros libres y volver el análisis más determinable.

La forma más práctica de determinar los parámetros libres de las densidades de partones es comparar la teoría con una gran diversidad de experimentos a través de una ajuste por cuadrados mínimos. Este procedimiento consiste en

minimizar una función χ^2 efectiva con la estructura

$$\chi^2 = \sum_n \chi_n^2 \quad (1.42)$$

$$\chi_n^2 = \left(\frac{1 - \mathcal{N}_n}{\delta \mathcal{N}_n} \right)^2 + \sum_k \omega_n \left(\frac{E_{nk} - \mathcal{N}_n T_{nk}(\mathbf{a})}{\delta E_{nk}} \right)^2 \quad (1.43)$$

donde los índices n y k etiquetan experimentos y datos experimentales, respectivamente. Para el n -ésimo experimento, E_{nk} y δE_{nk} denotan cada dato experimental y la incerteza experimental, respectivamente, mientras que T_{nk} representan a su predicción teórica. Recordemos que éstas últimas se obtienen a partir de QCD perturbativa como una convolución entre una sección eficaz partónica regularizada y densidades de partones, se evolucionan en cada caso a partir de los parametrizaciones iniciales hasta la escala de energía de los experimentos, utilizando las ecuaciones de evolución. Por esta razón, las cantidades T_{nk} dependen de los parámetros a determinar, representados por el vector \mathbf{a} . Por un lado, mientras que el parámetro ω_n permite pesar la importancia de un experimento (basado en consideraciones físicas o información experimental) en relación a los demás, por el otro se incluyen factores de normalización relativa \mathcal{N}_n que permiten acomodar LAS ESCALAS de los distintos experimentos. Este método tiene una gran efectividad para determinar los parámetros \mathbf{a} puesto que incorpora en una manera uniforme todos los vínculos que imponen los datos experimentales al mismo tiempo que los provee de cierta flexibilidad.

1.9. Hadronización y funciones de fragmentación

La dispersión de electrones y positrones a altas energías provee una técnica para explorar otros aspectos de la física de los partones: la producción de hadrones. En el centro de masa del par electrón - positrón, el fotón producido en reposo tras la aniquilación puede, entre otras posibilidades, dar lugar a un par quark - antiquark. Un importante resultado de lattice QCD muestra que el potencial efectivo entre el quark y el antiquark crece linealmente con la distancia haciendo que, por este motivo, se frenen. Al desacelerarse los partones emiten gluones soft, que a su vez pueden decaer en nuevos pares quarks - antiquark que al desacelerarse radían también gluones de baja energía. A lo largo de este proceso, la energía se va degradando hasta que, a una separación del orden del 1 fm ($\approx c\hbar/\Lambda_{\text{QCD}}$), la constante de acoplamiento α_S se vuelve grande (régimen no perturbativo). Entonces, a través de un mecanismo no perturbativo

desconocido, decenas de hadrones son producidos (mesones π en su mayoría) y, posteriormente, observados por detectores en experimentos.

Los partones en su estado libre nunca son observados, sin embargo, la aniquilación electrón - positrón entendida en el contexto del modelo de partones permite realizar predicciones únicas, como la distribución angular en jets de los hadrones, sus direcciones o la relación entre la sección eficaz total de aniquilación electrón - positrón a hadrones respecto de la sección eficaz total de aniquilación electrón positrón a un par muón - antimuón.

El proceso a través del cual hadrones son producidos a partir de partones casi libres es denominado *fragmentación* o *hadronización*. A causa del confinamiento, dicho proceso ocurre inevitablemente. En particular, la descripción de la fragmentación de un partón a hadrones puede realizarse usando un formalismo análogo al introducido para describir la estructura interna de los hadrones. En este contexto la sección eficaz de producción de un determinado tipo de hadrón C puede escribirse como

$$\left. \frac{d\sigma}{dx} \right|_{\text{CM}} = \sum_k \int_x^1 \frac{dy}{y} \sigma_k(e^+e^- \rightarrow q\bar{q}; y \cdot s) D_k^C(x/y) \quad (1.44)$$

donde \sqrt{s} es la energía total disponible en el proceso de aniquilación electrón - positrón e y es la fracción de esta energía transportada por el partón del tipo k que inicia la fragmentación. El hadrón C, producido en el estado final, transporta una fracción x de la energía de centro de masa de la reacción. Las funciones $D_k^C(z)$, donde $z = x/y$ resulta la fracción de impulso del partón fragmentante transportada por el hadrón en el estado final, son conocidas como *funciones de fragmentación*. Estas funciones son una medida de la probabilidad de que un partón del tipo k fragmente en un hadrón del tipo C transportando la fracción z de su impulso.

La cantidad σ_k representa a la sección de aniquilación electrón - positrón a partones, donde se ha integrado sobre todos los posibles momentos de los partones finales menos uno del tipo k . σ_k puede calcularse a cualquier orden de α_s en teoría de perturbaciones. El orden dominante predice que el cociente entre la sección eficaz de producción de un determinado tipo de hadron C y la sección total de producción de hadrones tiene un comportamiento invariante antes la escala s . Sin embargo, los datos experimentales muestran que este escaleo no es perfecto. Para mejorar la precisión del cálculo debemos ir a ordenes más altos incluyendo correcciones reales y virtuales. Desafortunadamente esto conlleva la aparición de divergencias soft y colineales (además de las ultravioletas que son absorbidas en los parámetros de \mathcal{L}_{QCD} . Como en el caso de la dispersión profundamente inelástica, algunas de estas divergencias (las soft) se cancelan al sumar las contribuciones con emisión real y virtual de gluones, mientras que

otras (las colineales) pueden factorizarse y ser absorbidas en una redefinición de las funciones de fragmentación.

Las funciones de fragmentación efectivas dependen de una escala de factorización μ' , incluida necesariamente para la extracción de las singularidades de la sección eficaz partónica. Las funciones de fragmentación son, como las densidades de partones, funciones naturalmente no perturbativas de las cuales QCD sólo conocemos cómo evolucionan con la escala de factorización

$$\frac{dD_a}{d \log \mu'^2} = \bar{P}_{ab} \otimes D_b \quad (1.45)$$

Las función \bar{P}_{ab} son las análogas a los núcleos de Altarelli-Parisi para las funciones de fragmentación. De hecho puede demostrarse que, al orden más bajo en teoría de perturbaciones, $\bar{P}_{ab} = P_{ab} + \mathcal{O}(\alpha_S)$. El sistema de ecuaciones dado por la Ec. (1.45), junto con la hipótesis de universalidad de las funciones de fragmentación ofrece, al igual que con el caso de las densidades de partones, la posibilidad de extraer funciones de fragmentación a partir de datos experimentales, mediante la implementación de un análisis global de QCD.

1.10. Quarks pesados

Hacia el año 1974, podía decirse que la mayoría de los físicos de partículas se sentían confundidos en cuanto al modelo de quarks. Los constituyentes del protón eran llamados partones, y se prefería no identificarlos de manera explícita con los quarks. Sin embargo, el modelo de quarks fue rescatado por el descubrimiento completamente inesperado del mesón J/ψ . Esta partícula fue descubierta de manera independiente por los equipos de SLAC y Brookhaven, durante en el verano de 1974, que la denominaron J y ψ , respectivamente.

El J/ψ es eléctricamente neutro y extremadamente masiva (casi tres veces más pesado que el protón). Pero sin duda lo más inusual de ésta partícula, para aquel entonces, era su tiempo vida medio extraordinariamente largo (aproximadamente mil veces mayor al de cualquier partícula conocida con una masa comparable). Esta característica daba cuenta de aspectos novedosos de la física y por este motivo los eventos que se precipitaron a partir del descubrimiento del J/ψ fueron conocidos como la *Revolución de Noviembre*.

En los meses siguientes, el foco de debate de la escena de la física de partículas fue la naturaleza del J/ψ y la explicación aceptada fue provista por el modelo de quarks. En la década de los 70', se conocían siete constituyentes fundamentales de la materia, cuatro leptones (e^- , ν_e , μ^- y ν_μ) y tres quarks (u , d y s). Si bien Glashow, Iliopoulos y Maiani expusieron argumentos técnicos más contundentes,

	Símbolo	Masa	Carga eléctrica	Spin	Isospín débil	Hipercarga débil
<i>charm</i>	c	$1,29^{+0,05}_{-0,11}$ GeV	$+2/3$	$1/2$	$+1/2$	izquierda: $1/3$ derecha: $4/3$
<i>bottom</i>	b	$4,18^{+0,03}_{-0,03}$ GeV	$-1/3$	$1/2$	$-1/2$	izquierda: $1/3$ derecha: $-2/3$
<i>top</i>	t	$172,4^{+0,1}_{-0,1}$ GeV	$+2/3$	$1/2$	$+1/2$	izquierda: $1/3$ derecha: $4/3$

Tabla 1.1: Propiedades que caracterizan a las tres especies de quarks más pesados.

esta asimetría entre la cantidad de leptones y quarks fue el impulso inicial para especular con la existencia de un cuarto quark: el quark *charm* (c).

Sin embargo, debe tenerse en cuenta que el J/ψ no era un buen candidato para confirmar la existencia del c , puesto que al ser eléctricamente neutro, debería ser entendido como un estado ligado de un quark c y su antipartícula asociada ($J/\psi = (c\bar{c})$) y por lo tanto su contenido neto de charm sería nulo. Hizo falta esperar un tiempo, hasta la confirmación de la primer evidencia sobre la existencia de bariones “encantados” (*charmed*): las partículas $\lambda_c^+ = (udc)$ y la $\Sigma_c^{++} = (uuc)$, en 1975. Durante los siguientes dos años, fueron descubiertos los primeros mesones con contenido de charm no nulo ($D^0 = (c\bar{u})$, $D^+ = (c\bar{d})$ y $D_s^+ = (c\bar{s})$). A partir de estos resultados, la interpretación de la naturaleza del J/ψ fue establecida sin lugar a la duda, y de este modo el modelo de quarks debió ser extendido.

Ahora bien, la historia no termina aquí, puesto que durante 1975 también fue descubierto un nuevo leptón, arruinando la simetría entre quarks y leptones propuesta por Glashow. Además, este leptón, denominado *tau*, posee su propio neutrino, por lo que necesariamente dos quarks debían ser descubiertos para restaurar dicha simetría. Afortunadamente, dos años más el mesón pesado $\Upsilon = (b\bar{b})$ fue descubierto, permitiendo especular con la existencia de un quinto miembro en la familia de los quarks: el quark *bottom* (b). Así, la búsqueda de hadrones con contenido neto no nulo de partículas b a través de las que se descubrieron las partículas $\lambda_b = (ubd)$ (1981), $B^0 = (b\bar{d})$ y $B^- = (b\bar{u})$ (1983). A estas alturas no resultaba demasiado descabellado creer en la existencia de un sexto quark, que eventualmente fue descubierto en 1984. Esta partícula, denominada, como quark *top*, permitió restablecer la simetría de Glashow, con seis leptones y seis quarks como constituyentes fundamentales de la materia conocida.

En la Tabla 1.1 se resumen algunas de las propiedades que caracterizan a los quarks *charm*, *bottom* y *top*. Puede observarse que dichos sabores

poseen masas realmente grandes, incluso mayores a las del protón. De hecho, el quark top es, hasta el día de hoy, la partícula elemental más masiva observada. Por tal motivo, estos sabores son denominados como *pesados*.

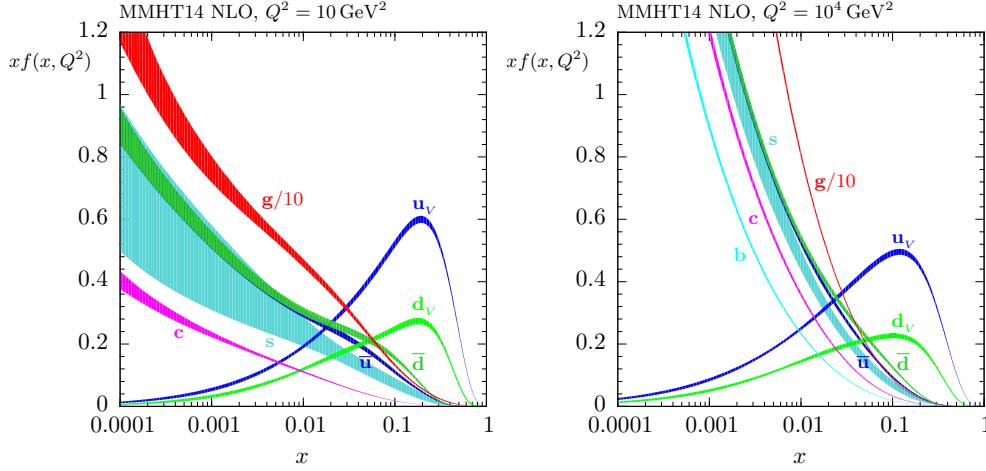


Figura 1.6: Funciones de densidad de partones, para $Q^2 = 10 \text{ GeV}^2$ y $Q^2 = 10^4 \text{ GeV}^2$, extraídas por MMHT en un análisis al orden siguiente del orden siguiente al dominante [48]. Las bandas de incerteza corresponden a un nivel de confianza del 68 %.

Los quarks pesados son objetos de estudio extremadamente interesante en sí mismos, pero también como herramientas para adquirir un mejor entendimiento acerca de otros aspectos de la física, que van desde las resonancias de mesones livianos hasta las extensiones del Modelo Estándar incluyendo objetos muy masivos. Pero además, debe destacarse que, aún cuando los números cuánticos del protón están determinados, según el Modelo de Quarks, por los de un triplete de dos quarks *up* y uno *down* (denominados de valencia), los quarks pesados forman parte de su estructura interna. Como podemos ver en la Figura 1.6 podemos ver una representación de las funciones de densidad de partones de quarks y gluones en función de la fracción x de impulso del protón transportada por estas partículas, para Q^2 fijo, extraídas por el grupo MMHT (Martin, Motylinska, Harland-Langa y Thorne [48]). Recordando que estas funciones son una medida de la probabilidad de encontrar un determinado tipo de partón transportando parte del impulso del protón, podemos observar en la Figura 1.6 que la mayor parte del impulso está distribuida en los sabores de valencia. Aunque este resultado es esperable, a partir de la efectividad del Modelo de Quarks para describir las propiedades de los hadrones, este gráfico revela que la estructura del protón es mucho más compleja, independientemente de la escala de energía considerada. Podemos observar, por ejemplo, que existe una inmensa probabilidad de encontrar gluones dentro del protón transportando una pequeña fracción de impulso (aproximadamente menor a 0,01). Esto quiere decir que la estructura interna de

los protones contiene, además de quarks de valencia, una gran cantidad de gluones. Pero esto no es todo, tanto para $Q = 10 \text{ GeV}^2$ como para $Q = 10^4 \text{ GeV}^2$, el protón está compuesto también de una gran cantidad de quarks *charm* que transportan pequeñas fracciones del impulso del protón, mucho mayor que la de quarks de valencia. Pero aún más, puede observarse que, por encima del umbral correspondientes a la masa de los quarks de sabor *bottom*, es mucho más probable encontrar dentro del protón quarks con éste sabor que quarks *up* o *down*, transportando una fracción de impulso $x < 0,01$. Es decir, aunque puede pensarse que las propiedades que caracterizan al protón son heredadas a partir de las de los quarks de valencia, los quarks pesados, así como también los gluones, componen una parte esenciales de su estructura interna, denominada como *mar de quarks*.

Por otra parte, los quarks de sabor pesado pueden ser producidos en procesos como la aniquilación electrón - positrón a hadrones, cuando se cuenta con la suficiente energía. Como, ya hemos mencionado antes, estas partículas no pueden ser observadas de forma directa, sólo los hadrones producidos a partir de la hadronización de estas partículas son detectados en los experimentos. Adelantando los resultados que serán expuestos a lo largo de esta Tesis, puede observarse que la probabilidad de producir piones en procesos como la aniquilación electrón - positrón a partir de la fragmentación de quarks o antiquarks de sabor pesado es realmente significativa, incluso comparable con la de producirlos a partir de quarks *up*, aún cuando aquellos sólo forman parte del mar de quarks de los piones.

Capítulo 2

Esquemas masivos y no masivos de factorización

2.1. Introducción

El interés en la inclusión de los efectos de las masas de los sabores pesados en las funciones de estructura fue revivido por el descubrimiento de que las diferentes formas de tratar los términos suprimidos por la masa de los quarks en un ajuste global puede afectar a las predicciones sobre la producción total de bosones W y Z en el LHC en hasta en un 10 %.

Lo más natural para realizar cálculos de secciones eficaces partónicas es considerar un esquema con número fijo de sabores (FFNS). En estos esquemas el número de sabores activos (con PDFs no idénticamente nulas) está asociado a la escala de energía donde se desea obtener mayor precisión en la descripción. En aquellos casos donde la escala de energía del proceso estudiado es mucho mayor a la escala que definen las masas de los quarks, puede optarse por un esquema donde los sabores pesados son tratados como no masivos (que distinguiremos con el nombre ZM-FFNS) sin perder precisión en forma significativa. Esta aproximación tiene como ventaja la simplificación de los cálculos de las secciones eficaces partónicas. Sin embargo, para procesos a escalas de energía del orden de la masa m_h de un dado quark, resulta mucho más razonable considerar a éste como masivo, guardando todos aquellos términos dependientes de m_h . En estos esquemas, si la escala de energía considerada relevante en el proceso no es suficientemente grande como para producir quarks pesados, éstos aparecen en los diagramas sólo asociados a líneas internas (CWZ).

Ahora bien, como se ha sugerido en el párrafo anterior, una mejor aproximación podría consistir en cambiar el número de sabores activos en función de la escala de energía. Por esta razón, se ha buscado construir esquemas con núme-

ro variable de sabores (VFNS) que conecten distintos esquemas FFNS, con un número de sabores activos adecuado para la escala de energía considerada. En primera aproximación, se puede buscar considerar sólo esquemas FFNS donde todos los quarks son considerados como no masivos (ZM-VFNS). Estos esquemas son muy prácticos para un análisis global en el que se consideren diferentes muestras experimentales distribuidas en un amplio rango de escalas de energía, aunque no poseen suficiente precisión cerca de los umbrales de las masas de los quarks pesados (la secciones eficaces resultan discontinuas).

Una técnica VFNS para incluir los efectos de las masas en las funciones de estructura fue desarrollado, basado en un esquema de renormalización con desacoplamiento explícito de la evolución de QCD de los quarks pesados. Este método (denominado ACOT por Aivazis, Collins, Olness y Tung) permite obtener secciones eficaces continuas con gran precisión en un amplio rango de escalas de energía. El método ACOT ha sido usado por la colaboración CTEQ desde 2007.

Un método alternativo (llamado TR por Thorne y Roberts) es implementado en los análisis globales del grupo de Durham: MRST, MSTW y MMHT. Las ideas principales de este esquema son similares a las del método ACOT. Sin embargo, el esquema TR se enfoca en procurar que las funciones de estructura y sus derivadas tengan un comportamiento suave a través de los umbrales asociados a las masas de los quarks pesados.

Un técnica diferente para la inclusión de los efectos de la masa de los quarks pesados, el método llamado FONLL por fixed-order next-to-leading logarithm, que fue introducido en el contexto de la producción de quarks pesados en procesos de producción de hadrones. El nombre FONLL es motivado por el hecho de que el método fue originalmente usado para combinar cálculos a orden fijo (FO), con ausencia de efectos de masa, con cálculos al orden siguiente al logaritmo dominante (NLL), en los que son conservados términos dependientes de m_h . A grandes rasgos, la sección eficaz FONLL contiene ambos tipos de contribuciones más un término que permite suprimir los efectos de uno u otro en función de la escala de energía considerada. El método es enteramente general, puede ser usado para combinar consistentemente cálculos a orden fijo y con resumación a cualquier orden y, es usado actualmente por la colaboración NNPDF.

En este capítulo daremos un resumen detallado de las técnicas que acabamos de mencionar y que son usadas para incluir la masa de los quarks pesados en el análisis de las funciones de estructura que describen la dispersión profundamente inelástica. Esto permitirá construir una base teórica para los próximos capítulos donde discutiremos la aplicación de estos esquemas con fin de poder realizar una descripción cuantificada de los procesos de producción de mesones livianos. Para ayudar a la lectura de las siguientes secciones, en la Tabla 2.1 se resumen las características generales de los esquemas mencionados, que serán descriptos que

más detalle a lo largo de este capítulo.

Tabla 2.1: Características generales de los distintos esquemas de factorización para el tratamiento de problemas de múltiples escalas en QCD.

	FFNS		VFNS			
	ZM-FFNS	CWZ	ZM-VFNS	ACOT	TR	FONLL
Número de sabores	Fijo	Fijo	Variable	Variable	Variable	Variable
Quarks masivos	No	Si	No	Si	Si	Si
Continuidad sección eficaz	Si	Si	No	Si	Si	Si
Continuidad derivada de sección eficaz	Si	Si	No	No	Si	Si

2.2. Esquemas FFNS y VFNS

Con el fin de incluir los efectos de la masa de los quarks pesados retomemos la discusión de los procesos de dispersión profundamente inelásticos entre leptones y hadrones.

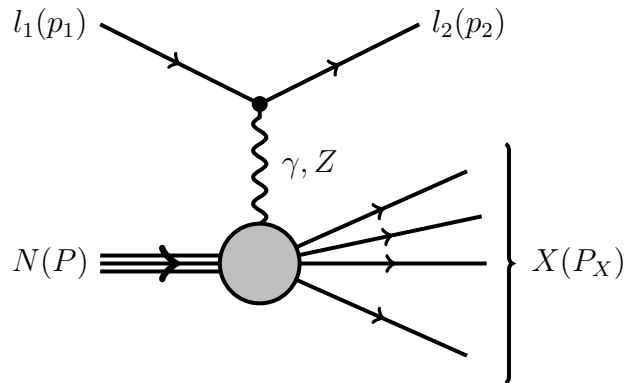


Figura 2.1: Representación diagramática del proceso de dispersión profundamente inelástica entre un leptón del tipo l_1 y una hadrón del tipo N .

$$l_1(p_1) + N(P) \rightarrow l_2(p_2) + X(P_X) \quad (2.1)$$

Como ya hemos mencionado antes, para Q^2 lo suficientemente grande, la interacción ocurre como si el leptón interactuara electrodébilmente con centros

dispersores (partones), constituyentes del protón. La evolución de los partones hacia y desde el instante en que ocurre dicha interacción es gobernada esencialmente por QCD, mientras que la del leptón está determinada por la teoría electrodébil. Esta separación se pone de manifiesto en la sección eficaz, que puede escribirse de la siguiente manera:

$$\frac{d\sigma}{dx dy} \propto L^{\mu\nu} W_{\mu\nu}, \quad (2.2)$$

donde $L^{\mu\nu}$ y $W^{\mu\nu}$ representan a los tensores leptónico y hadrónico que contienen la información acerca de la transición entre los estados inicial y final del leptón y el hadrón, respectivamente. A diferencia del tensor leptónico, el tensor hadrónico sólo puede expresarse parametrizándolo en términos de las funciones de estructura inelásticas, que introdujimos antes en el Capítulo 1. El teorema de factorización [27] establece que el tensor hadrónico puede factorizarse como

$$W^{\mu\nu}(x, Q, m_h) = \sum_a \omega_a^{\mu\nu}(x, Q, m_h, \alpha_S(\mu)) \otimes f_a(x, \mu_F) \quad (2.3)$$

donde la suma se realiza sobre los distintos tipos de partones. En esta expresión se encuentra explicitada una dependencia en la masa m_h de los quarks pesados (denotados por la letra h por la palabra *heavy*). En este caso elegimos proyectarlo a lo largo del de los vectores de polarización $\varepsilon_\mu^{(\lambda)}(q, r)$ (donde $\lambda = +, 0, -$ y r indica un vector de referencia) del bosón mediador de la interacción

$$W^{(\lambda)} = \varepsilon_\mu^{(\lambda)*}(q, P) W^{\mu\nu} \varepsilon_\nu^{(\lambda)}(q, P) \quad (2.4)$$

Pero aún resulta más práctico utilizar las funciones de estructura F_1 , F_2 y F_3 que quedan definidas a través de las siguientes relaciones

$$W^{(+)} = F_1 - \frac{1}{2} \sqrt{1 - \frac{Q^2}{\nu^2}} F_3 \quad (2.5)$$

$$W^{(0)} = -F_1 + \frac{1}{2x} \sqrt{1 - \frac{Q^2}{\nu^2}} F_2 \quad (2.6)$$

$$W^{(-)} = F_1 + \frac{1}{2} \sqrt{1 - \frac{Q^2}{\nu^2}} F_3 \quad (2.7)$$

El teorema de factorización aplicado a las funciones de estructura F_k se reduce entonces a

$$F_k(x, Q, m_h) = \sum_a \mathcal{C}_{k,a}(x, Q, m_h, \alpha_S(\mu)) \otimes f_a(x, \mu) \quad (2.8)$$

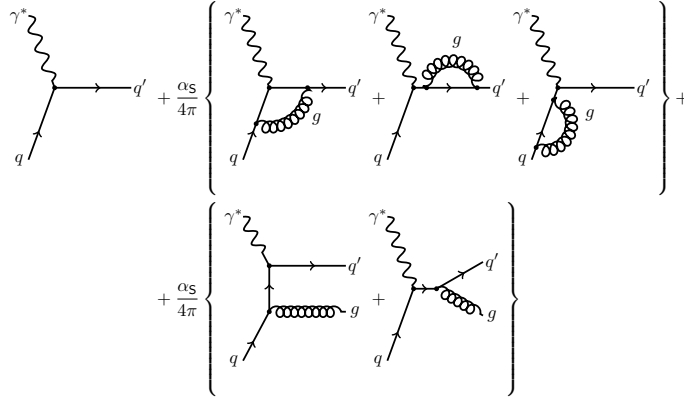


Figura 2.2: Diagramas con correcciones virtuales y reales que contribuyen al cálculo del coeficiente $C_{k,q}$ (siendo q cualquiera de los distintos tipos de quarks) al orden $\mathcal{O}(\alpha_S)$.

donde el índice a suma sobre los distintos tipos de partones, y los coeficientes $C_{k,a}$ pueden calcularse perturbativamente como una serie de potencias en α_S . Al dominante $\mathcal{O}(\alpha_S)$, los diagramas que deben calcularse se encuentran representados en las Figuras 2.2 y 2.3. Notemos que los gluones no son capaces de interactuar vía la fuerza electrodébil, estos partones participan en los procesos de dispersión profundamente inelástica decayendo previamente en un par quark-antiquark. Por este motivo, la contribución de gluones $C_{k,g}$, a diferencia de las de los partones restantes, se manifiestan a partir del orden $\mathcal{O}(\alpha_S)$ puesto que éstos partones no son capaces de interactuar débilmente.

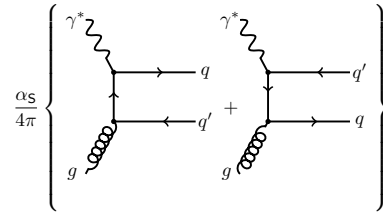


Figura 2.3: Diagramas que contribuyen al cálculo del coeficiente $C_{k,g}$, al orden $\mathcal{O}(\alpha_S)$.

Para calcular las funciones coeficiente $C_{k,a}$ es posible tratar a todas líneas de quarks internas y externas en los diagramas de subprocessos partónicos como correspondientes a partículas no masivas. De esta manera, en los cálculos surgirán divergencias infrarrojas que, como ya mencionamos, deben ser aisladas y sustraídas para obtener cantidades físicas finitas. Esto suele realizarse implementando el esquema $\overline{\text{MS}}$ de sustracción. Las funciones de estructura son entonces obtenidas en el esquema de masa cero (ZM por *zero-mass*):

$$F_k^{\text{ZM}}(x, Q) = \sum_a C_{k,a}^{\text{ZM}}(x, Q, \alpha_S(\mu)) \otimes f_a^{\text{ZM}}(x, \mu) \quad (2.9)$$

donde $C_{k,a}^{\text{ZM}}$ representan a las funciones coeficiente calculadas en dicho esquema. Las singularidades infrarrojas provienen del hecho de haber establecido $m_h = 0$ para las masas de los quarks pesados cuando las funciones coeficiente contienen contribuciones logarítmicas del tipo $\log(Q^2/m_h^2)$:

$$C_{k,a}^{\text{ZM}} = C_{k,a}^{\text{ZM}(0)} + \frac{\alpha_S}{2\pi} \log \frac{Q^2}{m_h^2} C_{k,a}^{\text{ZM}(1)} + \left\{ \frac{\alpha_S}{2\pi} \log \frac{Q^2}{m_h^2} \right\}^2 C_{k,a}^{\text{ZM}(2)} + \dots \quad (2.10)$$

La forma más natural de factorizar estas contribuciones es absorberlas en las definiciones de las PDF. Ésto, como ya mencionamos en el Capítulo 1, hace que las densidades de partones adquieran una dependencia en la escala de factorización que es descripta a partir de las ecuaciones DGLAP. En este esquema no existe ninguna dependencia respecto de la masa de los quarks pesados. Sin embargo, las funciones coeficiente y la evolución DGLAP dependen del número de sabores no masivos activos: sólo estos sabores y los gluones poseen una PDF asociada, mientras que las PDF restantes son idénticamente nulas. De esta manera, existen tantos esquemas de este tipo como sabores, entre los que se destacan: ZM de 3 sabores (u , d y s sabores activos), ZM de 4 sabores (u , d , s y c sabores activos) y ZM de 5 sabores (u , d , s , c y b sabores activos). En general, hablaremos de esquemas no masivos con un número fijo N de sabores activos (N -ZM-FFNS, siglas de su nombre en inglés *N zero mass fixed flavour number scheme*)

Ahora bien, aunque todos estos esquemas con número diferente de sabores activos provienen de procedimientos de factorización y renormalización (observemos que la Eq.(1.28) depende del número de sabores) diferentes, la forma de conectarlos entre ellos es conocida orden a orden en potencias de α_S [40]. Estas condiciones de empalme permiten pasar de un esquema de N -ZM-FFNS a uno de un esquema de $N+1$ -ZM-FFNS, de manera continua, para cualquier escala arbitraria μ_{match} . La elección más natural es tomar a esta escala μ_{match} igual a la masa del sabor activado (que en general corresponde a la de un sabor pesados m_h). Así, en la práctica se trabaja en un esquema 3-ZM-FFNS para $\mu < m_c$, en un esquema 4-ZM-FFNS para $m_c \leq \mu < m_b$, en un esquema 5-ZM-FFNS si $m_b \leq \mu < m_t$, y así siguiendo. Esto define un *esquema distinto a los anteriores conocido como esquema no masivo con un número variable de sabores* (ZM-VFNS por sus siglas en inglés). Debe tenerse en cuenta que el espacio de fase de los quarks masivos, sobre el que se realizan las integrales de convolución, es diferente al de los no masivos. Con el fin de reducir estas diferencias, los esquemas ZM-VFNS suelen ser complementados con la prescripción “*slow-rescaling*” [23] a través de la que se incluyen los efectos cinemáticos de la masa de los quarks pesados en la definición de la fracción de momento

$$x \rightarrow \chi = x \times \left(1 + \frac{m_h^2}{Q^2} \right) \quad (2.11)$$

El esquema ZM-VFNS es una buena aproximación cuando la escala Q del proceso que se buscan describir está lo suficientemente lejos del umbral de la masa de los sabores pesados. Cuando $Q \approx m_h$, este esquema de análisis pierde precisión por haber despreciado contribuciones potencialmente grandes, proporcionales $(m_h^2/Q^2)^n$, en las funciones coeficiente $C_{k,a}^{\text{ZM}}$.

De manera alternativa, podemos retener las masas m_h de los sabores pesados en el cálculo de las funciones coeficiente. Ésto previene la aparición de divergencias infrarrojas, que al no necesitar ser factorizadas, dejan a las PDF de sabores pesados desacopladas de la evolución DGLAP. Una opción natural para este problema es implementar el método CWZ [34] (por Collins, Wilczek y Zee). Suponiendo que los quarks pesados corresponden al $(N+1)$ -ésimo sabor, la prescripción CWZ es muy simple: se implementa un esquema N -ZM-FFNS para toda escala Q (utilizando las ecuaciones de evolución de N sabores para α_S y las PDF) y donde las funciones coeficiente son calculadas tratando a los sabores livianos como no masivos (sustrayendo las divergencias infrarrojas en el esquema $\overline{\text{MS}}$) e incluyendo líneas internas de sabores pesados en los diagramas, si es que se requiere, sólo para $Q > m_h$. En este esquema, las PDF de sabores pesados son idénticamente nulas y quedan completamente desacopladas de la evolución de QCD y, por este motivo, se lo denomina como de número fijo de sabores (FFNS, sin el acrónimo ZM puesto que se conservan los efectos de las masas de los sabores pesados). Por ejemplo, en caso de tratar a los sabores u , d y s como livianos

$$F_k^{\text{FF}}(x, Q, m_h) = \sum_{a=u,d,s,g} C_{k,a}^{\text{FF}}(x, Q, m_h, \alpha_S(\mu)) \otimes f_a^{\text{FF}}(x, \mu) \quad (2.12)$$

Sin embargo, al no resumir los términos proporcionales a $\log(m_h^2/Q^2)$, para $Q \gg m_h$ éstos términos se vuelven dominantes deteriorando la convergencia de las series perturbativas.

Los esquemas FFNS y ZM-VFNS maximizan su precisión en regiones complementarias de la escala de energía: $Q \lesssim m_h$ y $Q \gg m_h$, respectivamente. Entonces, se vuelve necesario contar con un esquema que permita realizar una descripción precisa para todo Q . Conceptualmente, este esquema debe interpolar suavemente entre uno del tipo FFNS para $Q \lesssim m_h$ y otro ZM-VFNS para $Q \gg m_h$. Existen muchos métodos para realizar ésto, denominados en forma general como *esquema general de masa con número variable de sabores* (GM-VFNS).

2.3. El método ACOT

ACOT [12, 13] (por Aivazis, Collins, Olness y Tung) es un esquema usado por la Colaboración CTEQ, que provee un marco de trabajo que permite incorporar los efectos de las masas de los quarks pesados en los cálculos teóricos de producción de los mismos. Este esquema está construido a partir del procedimiento de renormalización del método CWZ [34] que provee la base formal gracias a la cual el ACOT resulta válido a todo orden.

En 1998 Collins extendió el teorema de factorización, permitiendo tratar a los quarks pesados como partículas masivas para asegurar que los procesos que involucren este tipo de quarks puedan ser calculados a todo orden en teoría de perturbaciones. A partir de estos ingredientes, el esquema ACOT ofrece la posibilidad de incluir los efectos de la masa de los quarks pesados para el rango completo de escalas de energía: asegura el desacoplamiento completo de los quarks pesados para $Q \ll m_h$ como lo requiere un esquema tipo FFNS, mientras que tiende asintóticamente al esquema ZM-VFNS, en el límite $Q \gg m_h$.

Para adquirir estas cualidades, el esquema ACOT requiere de una redefinición de las funciones coeficiente que denotaremos como $C_{k,a}^{\text{ACOT}}$. Las funciones originales $C_{k,a}$ se obtienen en forma directa a partir de los cálculos de las amplitudes de producción de quarks livianos o pesados en procesos de dispersión profundamente inelástica, reteniendo en cualquier caso la masa de los quarks pesados m_h . Estos cálculos se realizan en forma perturbativa según

$$C_{k,a}^{\text{FF}} = C_{k,a}^{\text{FF}(0)} + \frac{\alpha_S}{4\pi} C_{k,a}^{\text{FF}(1)}(x) + \mathcal{O}(\alpha_S^2) \quad (2.13)$$

Si bien el índice a será sumado sobre todos los tipos de quarks y los gluones, resulta más claro encarar la descripción del esquema ACOT como si sólo existieran dos tipos de sabores: quarks livianos q y quarks pesados h . Indudablemente, existe una íntima relación entre las funciones coeficiente $C_{k,a}$ y $C_{k,a}^{\text{ACOT}}$: aplicando la idea de la factorización al nivel de las amplitudes de dispersión se tiene que

$$C_{k,a}^{\text{FF}} = \sum_{b=q\bar{q}h\bar{h}g} C_{k,b}^{\text{ACOT}} \otimes \Gamma_{ba} \quad (2.14)$$

donde el operador matricial Γ se calcula perturbativamente [27]. Los elementos de matriz de Γ_{ba} pueden interpretarse como funciones de densidad partónicas que indican la probabilidad de encontrar un partón del tipo b dentro de uno del tipo a .

En aquellos casos en los que $a = b$ y coinciden con q , \bar{q} o g , se observa que $\Gamma_{ab} = 1 + \mathcal{O}(\alpha_S^2)$. En el caso de que sólo uno de los índices de a o b sean iguales

a q o \bar{q} , $\Gamma_{ab} = \mathcal{O}(\alpha_S^2)$. Mientras que en los casos restantes

$$\Gamma_{hh} = \delta(1-x) + \frac{\alpha_S}{4\pi} \log \frac{Q^2}{m_h^2} P_{qq}^{(0)}(x) + \mathcal{O}(\alpha_S^2) \quad (2.15)$$

$$\Gamma_{hg} = \frac{\alpha_S}{4\pi} \log \frac{Q^2}{m_h^2} P_{gq}^{(0)}(x) + \mathcal{O}(\alpha_S^2) \quad (2.16)$$

$$\Gamma_{gh} = \frac{\alpha_S}{4\pi} \log \frac{Q^2}{m_h^2} P_{gq}^{(0)}(x) + \mathcal{O}(\alpha_S^2) \quad (2.17)$$

Las funciones $P_{ab}^{(0)}(x)$ coinciden con el orden dominante de los núcleos de Altarelli - Parisi introducidos en el Capítulo 1. Es importante notar que los logaritmos $\log(Q^2/m_h^2)$ simbolizan de alguna manera las divergencias colineales que se manifiestan en el límite $Q \gg m_h$.

Las funciones coeficiente $\mathcal{C}_{k,b}^{\text{ACOT}}$ se calculan en forma perturbativa

$$\mathcal{C}_{k,b}^{\text{ACOT}}(x) = \mathcal{C}_{k,b}^{\text{ACOT}(0)}(x) + \frac{\alpha_S}{4\pi} \mathcal{C}_{k,b}^{\text{ACOT}(1)}(x) + \mathcal{O}(\alpha_S^2) \quad (2.18)$$

De esta manera, conectando las definiciones anteriores puede observarse que

$$\begin{aligned} \mathcal{C}_{k,a}^{\text{FF}} &= \mathcal{C}_{k,a}^{\text{FF}(0)} + \frac{\alpha_S}{4\pi} \mathcal{C}_{k,a}^{\text{FF}(1)} + \mathcal{O}(\alpha_S^2) = \\ &= \mathcal{C}_{k,a}^{\text{ACOT}(0)} + \frac{\alpha_S}{4\pi} \left\{ \sum_b \mathcal{C}_{k,b}^{\text{ACOT}(0)} \otimes \Gamma_{ba}^{(1)} + \mathcal{C}_{k,b}^{\text{ACOT}(1)} \right\} + \mathcal{O}(\alpha_S^2) \end{aligned} \quad (2.19)$$

Luego, comparando orden a orden, es posible invertir esta ecuación para escribir las funciones coeficiente del esquema ACOT en términos de las $\mathcal{C}_{k,a}$.

$$\mathcal{C}_{k,a}^{\text{ACOT}} = \mathcal{C}_{k,a}^{\text{FF}(0)} + \frac{\alpha_S}{4\pi} \left\{ \mathcal{C}_{k,a}^{\text{FF}(1)} - \sum_b \mathcal{C}_{k,b}^{\text{FF}(0)} \otimes \Gamma_{ba}^{(1)} \right\} + \mathcal{O}(\alpha_S^2) \quad (2.20)$$

De esta manera, las funciones de estructura ACOT toman la forma

$$\begin{aligned} F_k^{\text{ACOT}} &= \mathcal{C}_{k,q}^{\text{FF}(0)} \otimes f_q^{+\text{ACOT}} + \frac{\alpha_S}{4\pi} \mathcal{C}_{k,q}^{\text{FF}(1)} \otimes f_q^{+\text{ACOT}} + \\ &+ \mathcal{C}_{k,h}^{\text{FF}(0)} \otimes f_h^{+\text{ACOT}} + \frac{\alpha_S}{4\pi} \left\{ \mathcal{C}_{k,h}^{\text{FF}(1)} - \sum_{b=h\bar{h}} \mathcal{C}_{k,b}^{\text{FF}(0)} \otimes \Gamma_{bh}^{(1)} \right\} \otimes f_h^{+\text{ACOT}} + \\ &+ \frac{\alpha_S}{4\pi} \left\{ \mathcal{C}_{k,g}^{\text{FF}(1)} - \sum_{b=h\bar{h}} \mathcal{C}_{k,g}^{\text{FF}(0)} \otimes \Gamma_{bg}^{(1)} \right\} \otimes f_g^{+\text{ACOT}} + \mathcal{O}(\alpha_S^2) \end{aligned} \quad (2.21)$$

donde hemos aplicado la notación $f_a^+ = f_a + f_{\bar{a}}$. Ésta es la ecuación maestra para las funciones de estructura en el esquema ACOT y, como podemos ver, despreciando las contribuciones de orden $\mathcal{O}(\alpha_S^2)$ o superior, sólo se modifica la parte asociada a los quarks pesados de las funciones de estructura.

El esquema ACOT contiene todos los ingredientes para ser una descripción teórica consistente de la producción de quarks pesados en un amplio rango de escalas de energía. En particular, si miramos aquellos procesos donde el quark en el estado inicial es masivo y la escala Q es del mismo orden que su masa m_h , los términos proporcionales a los logaritmos $\log Q^2/m_h^2$ se vuelven despreciables y, aplicando la prescripción CWZ, las PDF de sabores pesados, esto es f_h^+ , son idénticamente nulas o muy pequeñas para $Q < m_h$. Como resultado de todo esto, vemos que:

$$F_k^{\text{ACOT}} \xrightarrow{Q \lesssim m_h} \left\{ \mathcal{C}_{k,q}^{\text{FF}(0)} + \frac{\alpha_S}{4\pi} \mathcal{C}_{k,q}^{\text{FF}(1)} \right\} \otimes f_q^+ + \frac{\alpha_S}{4\pi} \mathcal{C}_{k,g}^{\text{FF}(1)} \otimes f_g + \mathcal{O}(\alpha_S^2) \quad (2.22)$$

Por otro lado, en el límite $Q \gg m_h$ los términos de sustracción se vuelven grandes y cancelan las contribuciones logarítmicas en los coeficientes $\mathcal{C}_{k,a}^{(j)FF}$, que manifiestan el surgimiento de divergencias colineales. En ese sentido, se obtiene

$$F_k^{\text{ACOT}} \xrightarrow{Q \gg m_h} \left\{ \mathcal{C}_{k,q}^{\text{ZM}(0)} + \frac{\alpha_S}{4\pi} \mathcal{C}_{k,q}^{\text{ZM}(1)} \right\} \otimes f_q^+ + \left\{ \mathcal{C}_{k,h}^{\text{ZM}(0)} + \frac{\alpha_S}{4\pi} \mathcal{C}_{k,h}^{\text{ZM}(1)} \right\} \otimes f_h^+ + \frac{\alpha_S}{4\pi} \mathcal{C}_{k,g}^{\text{ZM}(1)} \otimes f_g + \mathcal{O}(\alpha_S^2) \quad (2.23)$$

que reproduce los resultados del esquema ZM-VFNS, adecuado para estudiar las funciones de estructura a escalas de Q mucho mayores que todas las masas.

Vale la pena mencionar la existencia de las algunas variaciones del esquema ACOT que también pueden implementarse a la hora de hacer un análisis global para extraer densidades de partones considerando los efectos de las masas de los quarks pesados. Una de estas variaciones es el método S-ACOT (o *Simplified-ACOT*) en el que, en los cálculos, se considera $m_h = 0$ para los quarks pesados en el estado inicial. Ésto viene motivado a partir de que se ha demostrado que no hay ninguna pérdida de precisión en la aplicación del ACOT al realizar esta consideración [62]. Sin embargo, debe notarse que el esquema S-ACOT no es aproximación sino un esquema de renormalización que puede extenderse a todo orden en teoría de perturbaciones.

Debe tenerse en cuenta que al considerar la posibilidad de que se produzcan quarks masivos en un procesos fuerte, el espacio de fase del estado final se reduce. En particular si n quarks de masa m_h son producidos en el estado final, $W^2 = Q^2(1-x)/x > (nMH)^2$ y por lo tanto, se encuentra que la cota mínima de la fracción impulso en la integrales de convolución:

$$\chi = x \left[1 + \left(\frac{nm_h}{Q} \right)^2 \right] \quad (2.24)$$

Ésta es la motivación original del corrimiento $x \rightarrow \chi$ que define la prescripción slow-rescaling. La generalización de esta prescripción implementada en el esquema ACOT define otra variante definida como el método ACOT- χ .

Por último, se debe mencionar que los esquemas S-ACOT y ACOT- χ no son incompatibles y que pueden ser combinados. Ésto genera una tercera variante del esquema ACOT denominada S-ACOT- χ .

2.4. El método TR

Como se ha mencionado antes, no existe una manera única de interpolar entre los esquemas FFNS y ZM-VFNS. Dentro de los métodos alternativos a ACOT es posible encontrar al esquema TR (por Thorne y Roberts), utilizado por el grupo de Durham (MRST, MSTW y MMHT) en sus análisis, que realiza un mayor énfasis en el correcto comportamiento de las funciones de estructura alrededor de los umbrales establecidos por las masas de los quarks pesados y fue introducido en las referencias [86] y [87].

El esquema TR repite la idea de que existen dos regiones separadas por un punto de transición (lo estándar es elegir este punto como $\mu = m_h$). Por debajo de esta escala los quarks pesados están desacoplados de la evolución aunque pueden participar en los distintos diagramas que contribuyen a la sección eficaz, en líneas internas o como partículas en el estado final usando los coeficientes FFNS. Por encima de la escala de transición los quarks pesados se vuelven partones activos, evolucionando de acuerdo a las ecuaciones DGLAP estándar. En este régimen, las funciones de estructura se parametrizan en términos de funciones coeficiente de un esquema GM-VFNS que tienen, en el límite $Q \gg m_h$, a sus respectivas versiones en el esquema ZM-VFNS. A diferencia del ACOT, el esquema TR exige que las funciones de estructura tengan una transición suave al cruzar los umbrales asociados a las masas de los quarks pesados. En esta transición, la pendiente de las funciones de estructura construidas en el esquema ACOT cambian abruptamente, que se manifiesta de forma explícita en como una discontinuidad en sus derivadas. Para reflejar de manera más correcta la física alrededor de los umbrales de las masas de los quarks pesados, el esquema TR impone la continuidad de la derivada de las funciones de estructura en dichos umbrales.

Las funciones de estructura en el esquema TR, al igual que en todos los esquemas que hemos analizado hasta ahora, admiten un desarrollo perturbativo

$$F_k^{\text{TR}} = \mathcal{C}_{k,q}^{(0)\text{TR}} \otimes f_q^{+\text{TR}} + \mathcal{C}_{k,h}^{(0)\text{TR}} \otimes f_h^{+\text{TR}} + \frac{\alpha_S}{4\pi} \left\{ \mathcal{C}_{k,q}^{(1)\text{TR}} \otimes f_q^{+\text{TR}} + \mathcal{C}_{k,h}^{(1)\text{TR}} \otimes f_h^{+\text{TR}} + \mathcal{C}_{k,g}^{(1)\text{TR}} \otimes f_g^{+\text{TR}} \right\} + \mathcal{O}(\alpha_S^2) \quad (2.25)$$

El objetivo principal es determinar los coeficientes $\mathcal{C}_{k,a}^{(j)TR}$ de manera tal que la función de estructura interpole entre un esquema FFNS y otro del tipo ZM-VFNS, los que describen, respectivamente, la física a bajas y altas escalas de energía respecto de m_h , con una transición suave a través de los umbrales asociados a la masa de cada quark pesado.

La función de estructura F_k^{TR} debe ser equivalente a la F_k^{FF} para $Q \lesssim m_h$. Sin embargo, se debe tener en cuenta que en el esquema FFNS los sabores pesados no son activos mientras que en el esquema TR sí. Por este motivo, para compatibilizar ambos esquemas se vuelve necesario escribir las PDF f_a^{+TR} en términos de las f_b^{+FF} . Esto puede ser realizado a partir de las condiciones de empalme evaluadas en la Ref. [27]

$$f_q^{+TR}(x, Q) = f_q^{+FF}(x, Q) \quad (2.26)$$

$$f_h^{+TR}(x, Q) = \frac{\alpha_S}{4\pi} \log \frac{Q^2}{m_h^2} P_{qg}^{(0)} \otimes f_g^{+FF}(x, Q) \quad (2.27)$$

$$f_g^{+TR}(x, Q) = \left\{ 1 + \frac{\alpha_S}{6\pi} \log \frac{Q^2}{m_h^2} \right\} \otimes f_g^{+FF}(x, Q) \quad (2.28)$$

donde se han despreciado los términos de orden superior en α_S . A partir de estas condiciones, resulta evidente que la continuidad y la suavidad de la parte liviana (asociada a q) esta garantizada. Por este motivo, de aquí en adelante sólo nos concentraremos en las contribuciones de los sabores pesados y los gluones.

Reemplazando estas relaciones en F_k^{TR} e igualando orden a orden con F_k^{FF} tenemos

$$\mathcal{C}_{k,g}^{(1)FF} = \mathcal{C}_{k,g}^{(1)TR} + \mathcal{C}_{k,h}^{(0)TR} \otimes \frac{\alpha_S}{4\pi} \log \frac{Q^2}{m_h^2} P_{qg}^{(0)} \quad (2.29)$$

Esta relación permite escribir $\mathcal{C}_{k,g}^{(1)TR}$ en términos de $\mathcal{C}_{k,g}^{(0)TR}$. Sin embargo, esta relación no define a las funciones coeficiente del esquema TR en forma unívoca: cualesquiera $\mathcal{C}_{k,g}^{(0)TR}$ y $\mathcal{C}_{k,g}^{(1)TR}$ que satisfagan esta relación son igualmente válidos. Esta libertad puede ser aprovechada para elegir las funciones coeficiente que garanticen la continuidad de las funciones de estructura a través del punto de transición $Q = m_h$.

Además, es importante remarcar que las funciones coeficiente correspondientes a los quarks livianos, a orden $\mathcal{O}(\alpha_S)$, en el esquema FF y TR coinciden entre sí. Ésto garantiza la continuidad en la derivada de la parte asociada a los quarks livianos de la función de estructura a través de los umbrales asociados a las masas del quarks pesado. Por lo tanto, debemos concentrarnos en las contribuciones de quarks pesados y gluones. Así, al orden dominante (LO) en α_S , podemos observar

que

$$\frac{dF_k^{\text{TR}(h)}}{d \log Q^2} = \frac{d}{d \log Q^2} \left\{ C_{k,h}^{\text{TR}(0)} \otimes f_h^{+\text{TR}} \right\} \quad (2.30)$$

donde el superíndice h hace referencia a que la función de estructura contiene únicamente las contribuciones de sabores pesados y gluones. Al derivar cada uno de los factores encontramos que

$$\begin{aligned} \frac{dF_k^{\text{TR}(h)}}{d \log Q^2} &= \frac{dC_{k,h}^{\text{TR}(0)}}{d \log Q^2} \otimes f_h^{+\text{TR}} + C_{k,h}^{\text{TR}(0)} \otimes \frac{df_h^{+\text{TR}}}{d \log Q^2} = \\ &= \frac{dC_{k,h}^{\text{TR}(0)}}{d \log Q^2} \otimes f_h^{+\text{TR}} + C_{k,h}^{\text{TR}(0)} \otimes \frac{\alpha_S}{4\pi} [P_{qq}^{(0)} \otimes f_h^{+\text{TR}} + P_{qg}^{(0)} \otimes f_g^{\text{TR}}] \end{aligned} \quad (2.31)$$

En la última línea, hemos hecho uso de la ecuación DGLAP para $f_h^{+\text{TR}}$:

$$\frac{df_h^{+\text{TR}}}{d \log Q^2} = \frac{\alpha_S}{4\pi} [P_{qq}^{(0)} \otimes f_h^{+\text{TR}} + P_{qg}^{(0)} \otimes f_g^{\text{TR}}] \quad (2.32)$$

Del mismo modo, podemos ver que la derivada de la función de estructura del esquema FFNS se escribe como

$$\frac{dF_k^{\text{FF}(h)}}{d \log Q^2} = \frac{\alpha_S}{4\pi} \frac{dC_{k,g}^{\text{FF}(1)}}{d \log Q^2} \otimes f_g^{+\text{FF}} \quad (2.33)$$

donde hemos descartado los términos que provienen de la derivada de la función de fragmentación $f_g^{+\text{TR}}$ por ser de orden $\mathcal{O}(\alpha_S^2)$.

Para lograr una transición suave en el umbral asociado a cada sabor pesado, el esquema TR requiere que:

$$\left. \frac{dF_k^{\text{TR}(h)}}{d \log Q^2} \right|_{Q=m_h} = \left. \frac{dF_k^{\text{FF}(h)}}{d \log Q^2} \right|_{Q=m_h} \quad (2.34)$$

Al evaluar las condiciones de empalme en $Q = m_h$, encontramos que $f_h^{+\text{TR}} = 0$ y que $f_g^{+\text{TR}} = f_g^{+\text{FF}}$, de modo que

$$C_{k,h}^{\text{TR}(0)} \otimes P_{qg}^{(0)} \Big|_{Q=m_h} = \frac{dC_{k,g}^{\text{FF}(1)}}{d \log Q^2} \Big|_{Q=m_h} \quad (2.35)$$

Generalizando esta relación para todo $Q \leq m_h$, identificamos las funciones coeficiente del esquema TR al orden dominante.

Notemos que, como en el límite de valores grandes de Q respecto de m_h se tiene:

$$\lim_{Q \gg m_h} \frac{d\mathcal{C}_{k,g}^{\text{FF}(1)}}{d \log Q^2} = P_{qg}^{(0)}(x), \quad (2.36)$$

por lo que necesariamente $\mathcal{C}_{k,h}^{\text{TR}(0)}(x) \rightarrow \delta(1-x)$. De esta manera, a partir de la Ec.(2.29) se puede observar también que:

$$\mathcal{C}_{k,g}^{\text{TR}(1)} \Big|_{Q^2 \gg m_h^2} \approx \mathcal{C}_{k,g}^{\text{ACOT}(1)} \Big|_{Q^2 \gg m_h^2}, \quad (2.37)$$

y por lo tanto $F_k^{\text{TR}} \rightarrow F_k^{\text{ZM}}$. Así, queda corroborado el hecho de que el esquema TR tiende asintóticamente al esquema ZM (regularizado implementando el esquema $\overline{\text{MS}}$ para controlar las divergencias infrarrojas).

Los cálculos presentados en esta sección garantizan la continuidad de las derivadas de las funciones de estructura F_k a LO. Para que esta condición se satisfaga a orden $\mathcal{O}(\alpha_S)$, se requieren las definiciones de las funciones coeficiente en el esquema TR al mismo orden. Para ello, hace falta extender el conocimiento de las funciones de estructura a F_k^{FF} a orden $\mathcal{O}(\alpha_S^2)$, para obtener a partir de éste las definiciones correctas de la función $\mathcal{C}_{k,h}^{\text{TR}(1)}$. Las expresiones detalladas de estos coeficientes pueden encontrarse en la Ref. [87].

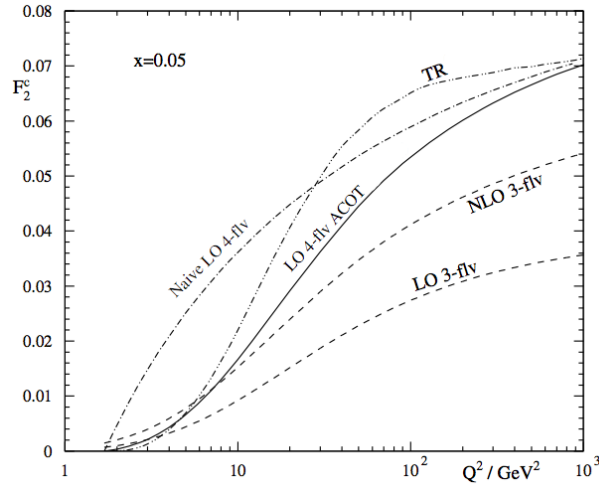


Figura 2.4: Comparación entre las definiciones de la función de estructura F_2 correspondientes distintos esquemas de factorización.

Finalmente vale la pena remarcar que, si bien la definición del esquema TR garantiza la continuidad de las funciones de estructura F_k^{TR} y sus derivada $dF_k^{\text{TR}}/d \log Q^2$, la forma en que este esquema se aproxima al límite $Q^2 \gg m_h^2$

resulta un tanto singular [84]: las funciones de estructura F_k^{TR} sobre estiman a la funciones de estructura calculadas en un esquema ZM-VFNS antes de acercarse asintóticamente a él. En la Figura 2.4 puede observarse cómo distintas definiciones de la función de estructura F_2 se aproximan al límite $Q^2 \gg m_h^2$. En particular, se destacan las diferentes manera de interpolar entre las funciones correspondientes a tres y cuatro sabores no masivos que poseen esquemas ACOT y TR.

2.5. El método FONLL

El método FONLL [43] es implementado en los análisis globales NNPDF desde 2011 [22]. Está basado en los desarrollos perturbativos en la constante de acoplamiento fuerte α_S de los cálculos masivos y no masivos, y en la idea de redefinir las funciones de estructura para obtener una interpolación entre los regímenes $Q \lesssim m_h$ y $Q \gg m_h$. Como los otros esquemas GM-VFNS presentados, el método FONLL intenta proveer un marco de trabajo con buena precisión en un amplio rango de escalas de energía. Pero a diferencia de los esquemas TR y ACOT, el método FONLL consiste simplemente en combinar las funciones de estructura FFNS y ZM-VFNS sustrayendo, orden por orden en el desarrollo α_S y $\log Q^2/m_h^2$, lo necesario para evitar dobles conteos. En la práctica, se reemplazan todos los términos cuya dependencia en la masa de los quarks pesados es conocida por su expresión masiva exacta.

Veamos explícitamente cómo funciona el esquema FONLL. Por simplicidad, para el resto de la discusión supondremos que se tiene N sabores livianos q y sólo uno pesado h con masa no nula m_h y, tomaremos escalas de factorización y renormalización iguales entre ellas y también iguales a la escala característica del proceso: $\mu = \mu_R = \mu_F = Q$.

Suponiendo estas condiciones, podemos escribir la función de estructura ZM-VFNS en forma general como sigue:

$$F_k^{\text{ZM}}(x, Q) = \sum_{a=q, \bar{q}, g, h, \bar{h}} \mathcal{C}_{k,a}^{\text{ZM}}(x, Q, \alpha_S^{(N+1)}(Q)) \otimes f_a^{(N+1)}(x, Q), \quad (2.38)$$

donde se ha hecho explícita la lista de sabores activos que contribuyen a la función de estructura, así como también la cantidad de sabores asociados que intervienen en la evolución de la constante de acoplamiento fuerte α_S y las PDF. Además, recordemos que las funciones coeficiente $\mathcal{C}_{k,a}^{\text{ZM}}$ se obtiene perturbativamente poniendo en los cálculos $m_h = 0$, explícitamente, sustrayendo las divergencias infrarrojas en el esquema $\overline{\text{MS}}$. Este esquema es equivalente a uno en el que se resuman las contribuciones $\alpha_S \log Q/m_h$, con m_h no nula, hasta el orden N^{LL} .

Por otra parte, la expresión de la función de estructura en el esquema FFNS es dada por la expresión:

$$F_k^{\text{FF}}(x, Q) = \sum_{b=q, \bar{q}, g} \mathcal{C}_{k,b}^{\text{FF}}(x, m_h, Q, \alpha_S^{(N)}(Q)) \otimes f_b^{(N)}(x, Q), \quad (2.39)$$

en la que es necesario remarcar que en este caso la suma no contiene contribuciones de sabores pesados y, que la constante de acoplamiento fuerte y las PDF evolucionan en un esquema de N sabores activos. En este caso, las funciones coeficiente $\mathcal{C}_{k,b}^{\text{FF}}$ se calculan reteniendo la dependencia completa en la masa m_h que actúa como un regularizador de las singularidades infrarrojas, hasta el orden N^{kLO} puro.

Haciendo uso de las condiciones de empalme de α_S y de las PDF implementadas en el esquema TR es posible compatibilizar la evolución en la escala de energía de ambas funciones de estructura. En forma general tenemos:

$$\alpha_S^{(N+1)} = \alpha_S^{(N)} \left\{ 1 + \sum_{k=1}^{\infty} c_k(L) \times \left(\alpha_S^{(N)} \right)^k \right\} \quad (2.40)$$

$$f_a^{(N+1)} = f_b^{(N)} \otimes \left\{ \delta_{ab} \delta(1-x) + \sum_{k=1}^{\infty} \left(\alpha_S^{(N)} \right)^k \sum_{b=q, \bar{q}, g} K_{ab}^{(k)}(x, L) \right\} \quad (2.41)$$

donde recordemos que $a = q, \bar{q}, h, \bar{h}, g$ y $b = q, \bar{q}, g$. Ambos coeficientes $c_k(L)$ y $K_{ab}^{(k)}(x, L)$ son polinomios en $L = \log(m_h/Q)$. Invirtiendo las condiciones de empalme podemos escribir las funciones de estructura en términos de $\alpha_S^{(N)}$ y las PDF $f_a^{(N+1)}$ como sigue

$$F_k^{\text{FF}}(x, Q) = \sum_{b=q, \bar{q}, g} \mathcal{B}_{k,b}^{\text{FF}}(x, m_h, Q, \alpha_S^{(N+1)}(Q)) \otimes f_b^{(N+1)}(x, Q) \quad (2.42)$$

donde los coeficientes $\mathcal{B}_{k,b}^{\text{FF}}$ admiten un desarrollo de la forma:

$$\mathcal{B}_{k,b}^{\text{FF}}(x, m_h, Q, \alpha_S^{(N+1)}(Q)) = \sum_n \mathcal{B}_{k,b}^{\text{FF}(n)}(x, m_h, Q) \times \left(\alpha_S^{(N+1)}(Q) \right)^n \quad (2.43)$$

Los coeficientes $\mathcal{B}_{k,b}^{\text{FF}(n)}$ contiene contribuciones logarítmicas que se vuelve dominantes en el límite $Q \gg m_h$, es decir,

$$\mathcal{B}_{k,b}^{\text{FF}(n)}(x, m_h, Q) \rightarrow \mathcal{B}_{k,b}^{\text{FF0}(n)}(x, L) + \mathcal{O}\left(\frac{m_h}{Q}\right) \quad (2.44)$$

donde las funciones $\mathcal{B}_{k,b}^{\text{FF0}(n)}(x, L)$ son polinomios de L . De esta manera podemos definir el límite de *masa cero* de las funciones de estructura en el esquema FFNS como

$$F_k^{\text{FF0}}(x, Q) = \sum_{b=q,\bar{q},g} \mathcal{B}_{k,b}^{\text{FF0}}(x, L, \alpha_S^{(N+1)}(Q)) \otimes f_b^{(N+1)}(x, Q) \quad (2.45)$$

donde las funciones coeficiente poseen un desarrollo perturbativo de la forma

$$\mathcal{B}_{k,b}^{\text{FF0}}(x, L, \alpha_S^{(N+1)}(Q)) = \sum_{n=0}^{\infty} \mathcal{B}_{k,b}^{\text{FF0}(n)}(x, L) \times \left(\alpha_S^{(N+1)}(Q) \right)^n \quad (2.46)$$

Con todos estos ingredientes podemos formular el esquema FONLL como sigue:

$$F_k^{\text{FONLL}}(x, Q) = F_k^{\text{FF}}(x, Q) + F_k^{\text{ZM}}(x, Q) - F_k^{\text{FF0}}(x, Q) \quad (2.47)$$

Esta ecuación se interpreta de la siguiente manera: comenzamos con la función de estructura F_k^{FF} , a la que le quitamos todos los términos que dan contribuciones logarítmicas y constantes restando F_k^{FF0} , y finalmente reemplazamos todas estos términos por las contribuciones masivas exactas contenidas en F_k^{FF} .

Resulta evidente en la definición de F_k^{FONLL} que a valores grandes de Q respecto de la masa m_h esta función tiende a F_k^{ZM} . Por otra parte, cerca del umbral asociado a la masa m_h , la diferencia $F_k^{\text{ZM}} - F_k^{\text{FF0}}$ es una contribución subdominante en α_S . De esta manera, podemos concluir que el esquema FONLL posee todas las características de un esquema del tipo GM-VFNS.

Resulta importante subrayar que, en la práctica, la diferencia $F_k^{\text{ZM}} - F_k^{\text{FF0}}$ puede no ser despreciable. Por este motivo, puede ser conveniente introducir un factor cinématico que reduzca los efectos de esta contribución para $Q \approx m_h$

$$F_k^{\text{FONLL}}(x, Q) = F_k^{\text{FF}}(x, Q) + f(Q) [F_k^{\text{ZM}}(x, Q) - F_k^{\text{FF0}}(x, Q)] \quad (2.48)$$

donde $f(Q) = 0$ si $Q \leq 0$ y crece monótonamente aproximándose a uno en el límite $Q \gg m_h$.

Capítulo 3

Fragmentaciones en la aproximación de partones no masivos

3.1. Introducción

Los partones producidos en procesos de interacción dura se vuelven inevitablemente parte de estados hadrónicos físicos, sin color y de carácter altamente no perturbativos a través del mecanismo que denominamos hadronización o fragmentación. Aquellos procesos en los que un hadrón es observado en el estado final pueden ser descriptos, a partir de los teoremas de factorización, en términos de secciones eficaces perturbativas vinculadas a los partones y de dos conjuntos de funciones universales de carácter no perturbativo: las densidades de partones, que guardan en si mismas toda la información acerca de la estructura de los hadrones en el estado inicial antes de la interacción, y las funciones de fragmentación, que cuantifican los detalles del proceso de hadronización.

Estos tres ingredientes son fundamentales para la descripción de cualquier proceso en el que intervienen interacciones fuertes, en el contexto de la QCD perturbativa, volviéndose imprescindible conocerlos con suficiente precisión para afrontar cualquier investigación en procesos de altas energías [32]. En ese sentido, en los últimos años se ha progresado considerablemente, en particular en el cálculo de órdenes altos en teoría de perturbaciones de las secciones eficaces partónicas y de los núcleos de las ecuaciones que gobiernan la evolución de QCD, habiéndose alcanzado el completo conocimiento del orden siguiente al dominante [88].

A lo largo de varias décadas, diversos estudios acerca de la estructura interna del protón han permitido, de manera independiente, potenciar enormemente nuestro conocimiento acerca de las distribuciones de partones [85]. Más allá

de cualquier diferencia metodológica, los distintos conjuntos de densidades de partones contemporáneos concuerdan en general unos con otros, dentro de los pequeños márgenes de error de cada determinación, y proporcionan una imagen de la estructura interna del protón completamente consistente con las observaciones experimentales. Aún más, las diferencias provenientes del uso de uno u otro conjunto de densidades de partones en la predicción de la mayoría de los observables físicos resultan generalmente despreciables respecto de las incertezas en su medición.

Siguiendo los pasos que llevaron a la determinación de las densidades de partones, el conocimiento acerca de las funciones de fragmentación ha crecido rápidamente, aunque aún no se ha alcanzado un nivel de precisión comparable al que se tiene acerca de la estructura interna del protón. Inicialmente, la extracción de funciones de fragmentación resultaba una tarea compleja, debido a que no se contaba con una abundancia suficiente de datos experimentales (sólo se disponía de datos de aniquilación electrón - positrón [15, 16, 49, 57, 63]) como para poder desagregar las contribuciones de los distintos tipos de partones a la producción de hadrones.

Afortunadamente, en los últimos años los experimentos de colisión protón - protón y de dispersión profundamente inelástica leptón - nucleón semi-inclusivos [11, 71] han alcanzado el nivel de precisión suficiente como para proporcionar información adicional en regiones complementarias del espacio de fase. Además, a diferencia de lo que ocurre en la aniquilación electrón - positrón semi-inclusiva [1, 5, 10, 14, 26], en los procesos antes mencionados las contribuciones de los distintos sabores poseen pesos diferentes permitiendo la distinción entre ellos.

A lo largo de este capítulo realizamos una discusión completa acerca de una nueva extracción de funciones de fragmentación de piones [39], producida sobre la base teórica y conceptual desarrollada en el análisis DSS [40] (por de Florian, Sassot y Stratmann). Presentamos un resumen detallado de sus componentes teóricas y experimentales más importantes, remarcando las principales diferencias respecto del análisis DSS. En particular, se destaca principalmente la incorporación de nuevos datos experimentales provenientes de experimentos de aniquilación electrón - positrón semi-inclusivos publicados por las colaboraciones BELLE [68] y BABAR [67], que permiten relajar ciertos vínculos impuestos sobre los parámetros en el análisis global DSS, además de que hacen posible explorar nuevas regiones del espacio de fase.

3.2. Datos experimentales seleccionados

En el análisis global DSS, se emplearon en forma simultánea diversos conjuntos de datos experimentales provenientes de procesos SIA, SIDIS y datos de

colisiones pp. En particular, se consideraron datos de producción de piones cargados en procesos SIA provenientes de los experimentos TPC[10] a $\sqrt{s} = 29 \text{ GeV}$, SLD[2], ALEPH[26], DELPHI[5] y OPAL[14], todos a $\sqrt{s} = M_Z$. Para restringir aún más a las funciones de fragmentación a lo largo de la escala de evolución, se utilizaron también datos provenientes de TASSO[25] a energías de $\sqrt{s} = 33 \text{ GeV}$ y 44 GeV , aunque estas mediciones poseen incertezas experimentales mayores que las provenientes de los experimentos antes mencionados.

La primera novedad respecto del análisis DSS es la incorporación de conjuntos de datos de experimentos SIA a piones publicados por las colaboraciones BABAR y BELLE, a una energía de centro de masa de $\sqrt{s} \approx 10,5 \text{ GeV}$. Ambos experimentos, de una alta precisión, poseen una incerteza relativa de entre 2 % y 3 % y exploran un amplio rango de fracciones de impulso del pión en el estado final alcanzando valores próximos a 1, mucho más allá de lo inspeccionado previamente. Los datos con $z \leq 0,1$ son excluidos para evitar cualquier impacto potencial de correcciones finitas, pero no despreciables, de la masa de los piones, proporcionales a M_π/sz^2 . Ambos conjuntos fueron analizados como generados por la fragmentaciones de $n_f = 4$ sabores activos (no masivos). Los restantes, tomados a escalas de energía mucho más grandes, fueron analizados como generados a partir de $n_f = 5$ sabores no masivos, y sólo fueron excluidos, como en el análisis DSS, aquellos correspondientes a $z \leq 0,05$ para evitar las regiones cinemáticas donde los núcleos de las ecuaciones de evolución no se encuentra bien comportados.

Además de las mediciones inclusivas, el análisis DSS incluyó resultados discriminados por sabor (en inglés, *flavor tagged*). Estos datos fueron proporcionados por ALEPH, DELPHI y TPC y se separan por eventos sumados de quarks livianos (u, d, s), eventos asociados a quarks de sabor charm y eventos asociados a quarks de sabor bottom. Estos datos son de gran valor para la descomposición en sabores, aunque cuenta con la desventaja de no ser medidas directas, sino que la discriminación depende de algún tipo de modelo no perturbativo. Además de estos datos, OPAL[1] presentó mediciones totalmente separadas en sabor, en términos de la probabilidad $\eta_i^H(x_p, s)$ de que un sabor de quark $i = q + \bar{q}$ produzca un jet de hadrones H con una fracción de impulso z mayor que x_p . Estos datos son aún más difíciles de interpretar en el marco de la QCD perturbativa y por este motivo se les asignó una penalidad de hasta un 10 % extra en la incerteza de $\eta_i^H(x_p, s)$ para poder considerarlos en el análisis global.

Resulta importante remarcar que cualquier incompatibilidad de los datos de gran precisión de BABAR y BELLE, entre ellos o con los procedentes de LEP y SLAC a $\sqrt{s} \approx 91,2 \text{ GeV}$ puede potencialmente perjudicar la calidad del análisis global.

Para mejorar la determinación de las funciones de fragmentación de diferentes

sabores y poder separar las fragmentaciones favorecidas de las desfavorecidas, se incluyeron en el análisis DSS datos provenientes de experimentos SIDIS. Más específicamente, se hizo uso de datos preliminares de HERMES de piones cargados. En este nuevo análisis global, éstos han sido reemplazados por los resultado finales de la colaboración, publicados recientemente [11]. Estos datos corresponden a multiplicidades de producción de piones cargados sobre blancos de protones y blancos de deuterones

$$M_{p(d)}^{\pi^{\pm}} = \frac{d\sigma^{\pi^{\pm}}/dx dQ^2 dz}{d\sigma^{\pi^{\pm}}/dx dQ^2} \quad (3.1)$$

como en función del momento transferido Q^2 , en un rango de valores promedio que va de 1,1 GeV a 7,4 GeV, en 4 bins de z entre los valores 0,2 y 0,8.

Otra novedad, es la inclusión de los datos preliminares de multiplicidades de piones cargados provistos por la colaboración COMPASS [71]. Los datos están presentados como función de la fracción de impulso z en bins de Q^2 y de la fracción de momento del estado inicial x . Este experimento cubre el mismo espectro de valores de z que Hermes, aunque COMPASS recorre un espectro más amplio de valores de x y Q^2 debido a que la escala de energía de centro de masa en este caso es mayor. Los datos están disponibles para $0,004 \leq x \leq 0,7$ y $1,2 \leq Q^2 \leq 22,4$ GeV.

En el análisis DSS los datos de SIDIS fueron importantes debido a que permiten realizar un test de consistencia tanto de la separación en sabores obtenida de los datos “flavor tagged” de SIA como de la escala de evolución de QCD perturbativa, ya que están referidos a escalas de energía en una región distinta a la explorada con los datos provenientes de procesos SIA. Ahora, contamos con dos conjuntos de datos muy precisos cubriendo regiones ligeramente distintas pero parcialmente superpuestas del espacio de fase. Esto es muy importante puesto que ayuda a validar la consistencia del análisis global.

El análisis global DSS había incluido también datos de producción de piones en colisiones protón - protón producidos en el acelerador RHIC ([8],[7],[20],[4]). Estos datos cubrían el espectro de p_T de piones neutros a rapidez central $|\eta| \leq 0,35$ (experimento PHENIX[8]) y dos a rapidez frontal $\langle \eta \rangle = 3,3, 3,8$ (experimento STAR [4, 6, 7, 9]). En este nuevo análisis tenemos la posibilidad de incorporar nuevos datos de colisión protón - protón. Los más importantes son los primeros resultados de producción de piones neutros procedentes del experimento ALICE de la Colaboración CERN-LHC[3], cubriendo por primera vez escalas de energía de centro de masa de hasta 7 TeV.

Además se incorporan nuevos datos de STAR de producción de piones neutros y cargados y del cociente π^-/π^+ [6], tomados a una escala de energía de 200 GeV en intervalos variados de rapidez.

Para tener en cuenta errores en la normalización de las secciones eficaces

medidas, no incluidos en los errores estadísticos y sistemáticos, al igual que en el ajuste DSS, que éstos floten dentro de un cierto margen a través de un factor de normalización para cada experimento. Estos factores se incluyen como parámetros a ajustar durante en el análisis, procedimiento que se aplicó por primera vez en el análisis global realizado en [40].

3.3. Producción de hadrones H : secciones eficaces

Desde hace ya más de una década, se ha podido completar la descripción, en el marco de QCD perturbativa, de la aniquilación semi-inclusiva electrón - positrón, de la dispersión profundamente inelástica leptón - nucleón y de las colisiones hadrón - hadrón al orden perturbativo siguiente al dominante (NLO). En cada caso se han explotado los teoremas de factorización, a través de los cuales las secciones eficaces que describen estos procesos se expresan como una convolución entre funciones de fragmentación y secciones eficaces partónicas. Siendo éstas últimas un elemento clave para la extracción de las funciones de fragmentación, presentamos un breve resumen de los puntos más relevantes de la base teórica del análisis global que describimos en éste capítulo.

3.3.1. Aniquilación electrón - positrón semi-inclusiva

La sección eficaz que describe los procesos de aniquilación electrón - positrón a un tipo específico de hadrón H (con energía E_H), en el sistema de centro de masa e integrada sobre todas las direcciones de producción, puede escribirse en la forma

$$\frac{1}{\sigma_{\text{tot}}} \frac{d\sigma^H}{dz} = \frac{\sigma_0}{\sum_q (V_q^2 + A_q^2)} [2 F_1^H(z, Q^2) + F_L^H(z, Q^2)] \quad (3.2)$$

donde Q representa a la energía de centro de masa de la aniquilación (o equivalentemente, el la virtualidad del bosón intermediario) y $z \equiv 2p_H \cdot q/Q^2 = 2E_H/Q$ a la fracción de impulso de centro de masa del hadrón en el estado final. La sección eficaz total σ_{tot} del proceso $e^+e^- \rightarrow \text{hadrones}$ al orden siguiente al dominante $\mathcal{O}(\alpha_s)$ en teoría de perturbaciones viene dada por

$$\sigma_{\text{tot}} = \sum_q (V_q^2 + A_q^2) \sigma_0 \left[1 + \frac{\alpha_s(Q^2)}{\pi} \right] \quad (3.3)$$

con $\sigma_0 = 4\pi\alpha^2(Q^2)/Q^2$, siendo α la constante de estructura fina. Las sumatorias en q se realizan sobre los distintos sabores, cuyas cargas electrodébiles efectivas

están denotadas por V_q^2 y A_q^2 , ver Apéndice A. Estas funciones que describen el acoplamiento vectorial y axial-vectorial del quark q con los mediadores γ y Z .

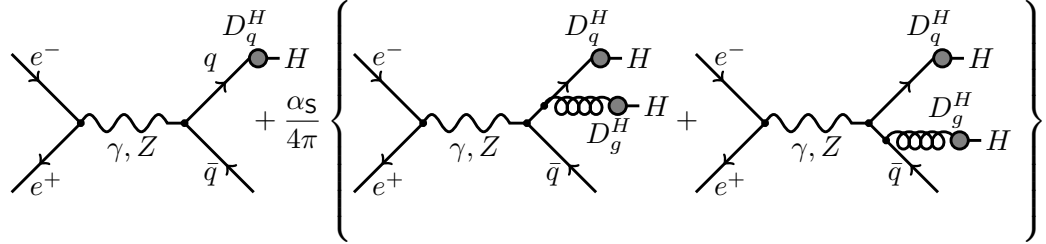


Figura 3.1: Diagramas tipo árbol que contribuyen al cálculo de las secciones eficaces de producción de partones en procesos de aniquilación electrón - positrón. Las burbujas grises representan el proceso no perturbativo de fragmentación de quarks y gluones, descrito por las funciones D_q^H y D_g^H , respectivamente.

Las funciones de estructura no polarizadas F_1^H y F_L^H (transversal y longitudinal, respectivamente), como consecuencia de los teoremas de factorización, pueden escribirse de la siguiente manera

$$2F_1^H(z, Q^2) = \sum_q (V_q^2 + A_q^2) \left\{ [D_q^H(z, Q^2) + D_{\bar{q}}^H(z, Q^2)] + \frac{\alpha_s(Q^2)}{2\pi} [C_q^1 \otimes (D_q^H + D_{\bar{q}}^H) + C_g^1 \otimes D_g^H] (z, Q^2) \right\}, \quad (3.4)$$

$$F_L^H(z, Q^2) = \frac{\alpha_s(Q^2)}{2\pi} \sum_q (V_q^2 + A_q^2) [C_q^L \otimes (D_q^H + D_{\bar{q}}^H) + C_g^L \otimes D_g^H] (z, Q^2), \quad (3.5)$$

donde \otimes denota la convolución estándar y D_i^H a las funciones de fragmentación. Más adelante realizaremos una discusión detallada acerca de los coeficientes $C_{q,g}^{1,L}$ (calculados a partir de los diagramas en la Figura 3.1, entre otros) en el contexto de la construcción de un esquema GM-VFNS para incluir los efectos de las masas de los quarks pesados en un análisis global.

3.3.2. Dispersión profundamente inelástica semi-inclusiva

La sección eficaz de producción del hadrón H en un procesos de dispersión profundamente inelástica leptón - nucleón, $eN \rightarrow e'HX$, puede escribirse en

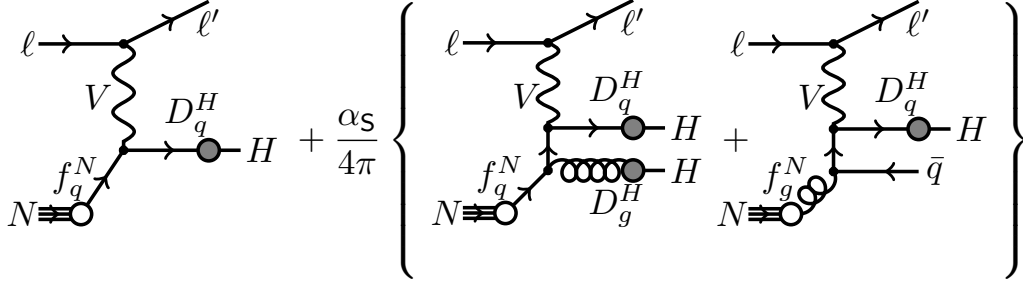


Figura 3.2: Diagramas tipo árbol que contribuyen al cálculo de las secciones eficaces de producción de partones en procesos de dispersión profundamente inelástica. Las burbujas blancas representan al hadron en el estado inicial, descrito por las densidades quarks f_q^H y gluones f_g^H . Además, las burbujas grises representan el proceso no perturbativo de fragmentación de quarks y gluones, descrito por las funciones D_q^H y D_g^H , respectivamente.

términos de funciones de estructura F_1^H y F_L^H como sigue

$$\frac{d\sigma^H}{dx dy dz_H} = \frac{2\pi\alpha^2}{Q^2} \left[\frac{(1 + (1-y)^2)}{y} 2F_1^H(x, z_H, Q^2) + \frac{2(1-y)}{y} F_L^H(x, z_H, Q^2) \right], \quad (3.6)$$

donde x e y denotan la variables de escala usualmente usadas en este tipo de procesos ($Q^2 = sxy$) y donde $z_H \equiv p_H \cdot p_N / p_N \cdot q$, siendo nuevamente q el impulso de bosón que media la interacción entre el leptón y el partón. La escala de energía del proceso está representada por $Q^2 = -q^2$.

A partir de los teoremas de factorización las funciones de estructura, al orden $\mathcal{O}(\alpha_S)$, pueden escribirse en la forma

$$\begin{aligned}
2F_1^H(x, z_H, Q^2) = & \sum_{q, \bar{q}} e_q^2 \left\{ q(x, Q^2) D_q^H(z_H, Q^2) \right. \\
& + \frac{\alpha_s(Q^2)}{2\pi} \left[q \otimes C_{qq}^1 \otimes D_q^H \right. \\
& + q \otimes C_{gq}^1 \otimes D_g^H \\
& \left. \left. + g \otimes C_{qg}^1 \otimes D_q^H \right] (x, z_H, Q^2) \right\}, \quad (3.7)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
F_L^H(x, z_H, Q^2) = & \frac{\alpha_s(Q^2)}{2\pi} \sum_{q, \bar{q}} e_q^2 \left[q \otimes C_{qq}^L \otimes D_q^H \right. \\
& + q \otimes C_{gq}^L \otimes D_g^H \\
& \left. + g \otimes C_{qg}^L \otimes D_q^H \right] (x, z_H, Q^2), \quad (3.8)
\end{aligned}$$

Los coeficientes $C_{ij}^{1,L}$ al orden siguiente al dominante $\mathcal{O}(\alpha_s)$ describen los procesos de interacción entre partones que contribuyen a la producción de hadrones tipo H en el estado final, representados en los diagramas de la Figura 3.2, a los que se deben agregar aquellos con correcciones virtuales. Estos coeficientes pueden encontrarse tabulados en [17, 41, 45, 47].

3.3.3. Colisiones hadrón - hadrón

La producción de hadrones del tipo específico H con un gran impulso transversal p_T en colisiones hadrón - hadrón puede describirse perturbativamente por QCD. A menos de correcciones suprimidas en $1/p_T$, las secciones eficaces pueden factorizarse en la forma [21, 51]:

$$E_H \frac{d^3\sigma}{dp_H^3} = \sum_{a,b,c} f_a \otimes f_b \otimes d\hat{\sigma}_{ab}^c \otimes D_c^H, \quad (3.9)$$

donde las sumatorias en a , b y c se realizan sobre todos los sabores que contribuyen a los canales partónicos $a + b \rightarrow c + X$, con $d\hat{\sigma}_{ab}^c$ la sección eficaz partónica asociada. $d\hat{\sigma}_{ab}^c$ puede desarrollarse como una serie de potencias en la constante de acoplamiento fuerte α_s . Algunos de los diagramas tipo árbol que contribuyen a la serie perturbativa están representados en la Figura 3.3. Las expresiones explícitas de las correcciones al orden siguiente al dominante $\mathcal{O}(\alpha_s^3)$ pueden encontrarse en [21, 51].

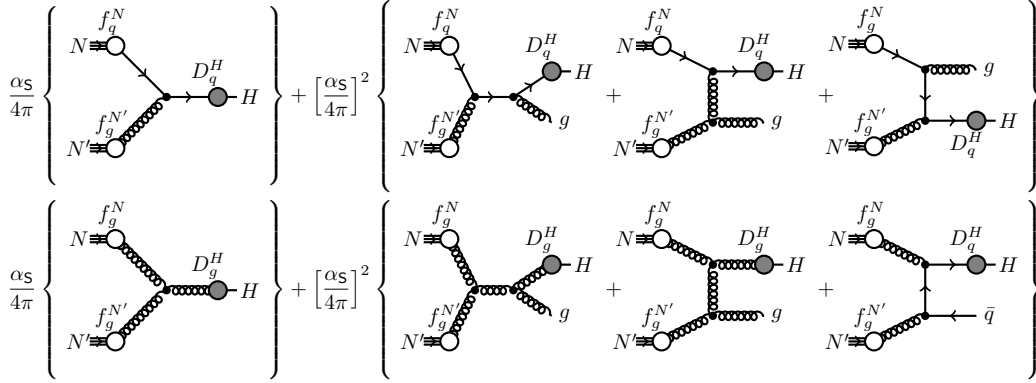


Figura 3.3: Diagramas tipo árbol que contribuyen al cálculo de las secciones eficaces de producción de partones en procesos de colisión hadrón - hadrón. Las burbujas blancas representan a los hadrones en el estado inicial, descriptos por las densidades de quarks $f_q^{N,N'}$ y de gluones $f_g^{N,N'}$. Además, las burbujas grises representan el proceso no perturbativo de fragmentación de quarks y gluones, descripto por las funciones D_q^H y D_g^H , respectivamente.

El valor principal de la inclusión los procesos de colisión hadrón - hadrón en el análisis global de funciones de fragmentación reside en que hace posible aumentar la sensibilidad de la fragmentación de gluones en hadrones H , con momento transversal medio y bajo, a través del canal dominante $gg \rightarrow gX$.

3.4. Método de transformación de Mellin

A lo largo del texto se han hecho múltiples comentarios acerca de la estructura de las secciones eficaces calculadas en el modelo de partones. En particular, para el caso de procesos semi-inclusivos, las secciones eficaces se obtienen como una convolución entre secciones eficaces partónicas y funciones de fragmentación:

$$\frac{d\sigma}{dx} = \sum_a \hat{\sigma}_a(x, Q) \otimes D_a(x, Q) \quad (3.10)$$

donde la suma se realiza sobre los distintos tipos de partones y \otimes denota a una integral de convolución estándar. Las funciones de fragmentación a la escala Q son obtenidas a partir de la resolución de las ecuaciones DGLAP, con una condición inicial propuesta fenomenológicamente a una escala Q_0 . Las soluciones pueden expresarse como sigue:

$$D_a(x, Q) = \sum_b \Gamma_{ab}(x, Q, Q_0) \otimes D_b(x, Q_0, \{\alpha_j\}) \quad (3.11)$$

donde $\Gamma_{ab}(x, Q, Q_0)$ son los operadores que gobiernan la evolución de las funciones de fragmentación y $\{\alpha_j\}$ denota a los parámetros que determinan la

dependencia en la fracción de impulso de las funciones de fragmentación a la escala inicial Q_0 . De esta manera, la obtención de una sección eficaz requiere del cálculo de dos integrales de convolución:

$$\frac{d\sigma}{dx} = \sum_{ab} \hat{\sigma}_a(x, Q) \otimes \Gamma_{ab}(x, Q, Q_0) \otimes D_b(x, Q_0, \{\alpha_j\}) \quad (3.12)$$

A lo largo de un análisis global, las secciones eficaces deben evaluarse repetidas veces, calculando las integrales de convolución entre secciones eficaces partónicas y funciones de fragmentación evolucionadas, a fin de determinar (por comparación) los valores de los parámetros $\{\alpha_j\}$ que mejor describan a los observables que resultan de los experimentos. En la práctica, ésto se realiza numéricamente y la forma más eficiente de hacerlo es a través del *método de Mellin*. Este método está basado en las transformadas de Mellin que para una función $f(x)$ está definida como

$$\mathcal{F}(N) = \mathcal{M}[f(x)](N) = \int_0^1 dx x^{N-1} f(x) \quad (3.13)$$

donde la variable N toma valores en el plano complejo. La transformada de Mellin es utilizada en este contexto gracias a que provee la ventaja de convertir en productos a las integrales de convolución en las definiciones de las secciones eficaces. De esta manera, puede observarse que

$$\mathcal{M}\left[\frac{d\sigma}{dx}\right](N) = \sum_{ab} \hat{\sigma}_a(N, Q) \Gamma_{ab}(N, Q, Q_0) D_b(N, Q_0) \quad (3.14)$$

Una ventaja adicional de la implementación de la transformación de Mellin reside en que las ecuaciones DGLAP en el espacio de la variable N dejan de constituir un sistema de ecuaciones integro - diferenciales, convirtiéndose en un sistema de ecuaciones diferenciales a primer orden, mucho más simple. Esto ofrece una gran simplificación en el cálculo analítico de los operadores de evolución $\Gamma_{ab}(N, Q, Q_0)$.

Mas allá de estas ventajas, la implementación del método de Mellin requiere de la realización de una tarea no menor como es el cálculo analítico de las transformadas de Mellin de, en principio, todas las expresiones involucradas en el cálculo de las secciones eficaces.

Además, una vez que se han calculado las secciones eficaces en el espacio de Mellin, es necesario volver al espacio de fracciones de impulso x realizando una transformación de Mellin inversa. En ese sentido, debemos recurrir a la *fórmula de inversión de Mellin* que establece que:

$$f(x) = \frac{1}{2\pi i} \int_{c-i\infty}^{c+i\infty} dN x^{-N} \mathcal{F}(N) \quad (3.15)$$

donde c es cualquier número real dentro de la banda $c_{\text{Min}} < \text{Re}(N) < c_{\text{Max}}$ donde $\mathcal{F}(N)$ es analítica. En ésta banda, el teorema de Mellin requiere que $\mathcal{F}(N)$ tienda a cero uniformemente cuando $\text{Im}(N) \rightarrow \pm\infty$.

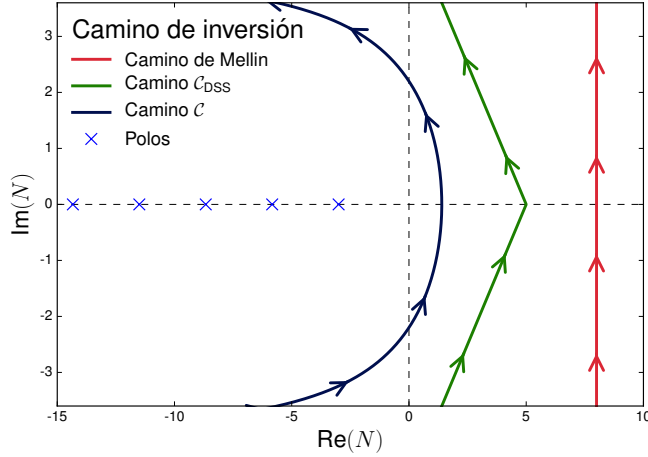


Figura 3.4: Distintas alternativas para el caminos sobre el cual se calculan las integrales de inversión de Mellin.

Es importante mencionar que en la práctica las integrales de inversión se realizan numéricamente. Para ello, gracias a que el dominio de analiticidad de $\mathcal{F}(N)$ puede extenderse más allá de la banda $c_{\text{Min}} < \text{Re}(N) < c_{\text{Max}}$, es posible deformar el camino de integración dentro del dominio de éste conjunto sin modificar el valor de la integral (teorema de Cauchy). De esta manera, es posible elegir inteligentemente un camino de inversión sobre el que la integral numérica converja rápidamente. Debe tenerse en cuenta que el camino sugerido en la fórmula de inversión de Mellin, cruza el eje real a la derecha de todos los polos de $\mathcal{F}(N)$. Así debe tenerse en cuenta que la deformación no debe pasar a través de ningún polo de $\mathcal{F}(N)$. Una posible elección es el camino de inversión de Talbot \mathcal{C}_T definido como

$$\mathcal{C}_T : \{r\theta(\cot(\theta) + i), \theta \in (-\pi, \pi)\} \quad (3.16)$$

Otra posibilidad, la elegida en el análisis global DSS, es utilizar una deformación más simple como el camino de integración recto pero inclinado respecto del eje imaginario, que puede observarse en la Figura 3.4,

$$\mathcal{C}_{\text{DSS}} : \{c + xe^{i\phi}, x \in (0, \infty)\} \cup \{c + xe^{-i\phi}, x \in (0, \infty)\} \quad (3.17)$$

con c real, a la derecha de todos los polos de $\mathcal{F}(N)$, y $\pi/2 < \phi < \pi$. Esta elección cuenta con la ventaja de que la integral puede ser parametrizada en términos de

una única variable real x y calculada con una precisión superior al 1 % a través del método de *cuadratura de Gauss* usando sólo entre 64 y 92 puntos.

3.4.1. Núcleos de Altarelli - Parisi

Como ya se ha comentado previamente en el Capítulo 1, la dependencia en la escala μ' de las funciones de fragmentación D_f^H puede obtenerse perturbativamente en QCD y es gobernada por ecuaciones similares a las de las densidades de partones. Los núcleos de Altarelli - Parisi de estas ecuaciones admiten un desarrollo en serie de potencias en la constante de acoplamiento fuerte α_S de la forma

$$P_{ab}(x, \mu') = \sum_n P_{ab}^{(n)}(x) \alpha_S^n(\mu') \quad (3.18)$$

Los coeficientes de este desarrollo, al orden principal, están dados por las expresiones [18]:

$$\begin{array}{c} x \\ \diagup \\ \bullet \\ \diagdown \\ 1-x \end{array} = P_{qq}^{(0)}(x) = 2C_F \left[\left\{ \frac{1+x^2}{1-x} \right\}_+ + \frac{3}{2}\delta(1-x) \right] \quad (3.19)$$

$$\begin{array}{c} x \\ \diagup \\ \bullet \\ \diagdown \\ 1-x \end{array} = P_{qg}^{(0)}(x) = 2T_R [x^2 + (1-x)^2] \quad (3.20)$$

$$\begin{array}{c} x \\ \diagup \\ \bullet \\ \diagdown \\ 1-x \end{array} = P_{gq}^{(0)}(x) = 2C_F \left[\frac{1+(1-x)^2}{x} \right] \quad (3.21)$$

$$\begin{array}{c} x \\ \diagup \\ \bullet \\ \diagdown \\ 1-x \end{array} = P_{gg}^{(0)}(x) = 4C_A \left[\left\{ \frac{x}{1-x} \right\}_+ + \frac{1-x}{x} + x(1-x) \right] + \delta(1-x) \frac{11C_A + 4N_f T_R}{3} \quad (3.22)$$

donde las cantidades $C_F = 4/3$, $T_R = 1/2$ y $C_A = 3$ son factores de color. El subíndice “+” indica la prescripción usual de las *distribuciones más* a través de la que se regularizan las singularidades en $x \rightarrow 1$. Estas distribuciones están definidas para actuar dentro integrales entre 0 y 1 como sigue:

$$[f(x)]_+ \equiv \lim_{\beta \rightarrow 0} \left[\Theta(1-x-\beta) f(x) - \delta(1-\beta-x) \int_0^{1-\beta} dy f(y) \right] \quad (3.23)$$

A partir de esta prescripción, es posible calcular la transformada de Mellin de los coeficientes $P_{ab}^{(0)}(x)$ [78, 82]:

$$P_{qq}^{(0)}(N) = 2C_F \left[\frac{1}{N(1+N)} - 2S_1(N) + \frac{3}{2} \right] \quad (3.24)$$

$$P_{qg}^{(0)}(N) = 2T_R \left[\frac{2+N+N^2}{N(N+1)(N+2)} \right] \quad (3.25)$$

$$P_{gq}^{(0)}(N) = 2C_F \left[\frac{N+N+N^2}{N(N^2-1)} \right] \quad (3.26)$$

$$P_{gg}^{(0)}(N) = 4C_A \left[\frac{1}{N(N-1)} + \frac{1}{(N+1)(N+2)} + \right. \\ \left. -S_1(N) + \frac{11}{12} \right] - \frac{4}{3}N_F T_R \quad (3.27)$$

donde $S_1(N)$ es una de las funciones armónicas definidas como:

$$S_k(N) = \zeta(k) - \frac{(-1)^k}{(k-1)!} \psi^{(k-1)}(N-1) \quad (3.28)$$

En esta expresión, $\zeta(k)$ es la función *zeta de Riemann*, que para $k=1$ coincide con la constante de Euler - Mascheroni γ_E , mientras que $\psi^{(k-1)}$ representa a la k -ésima derivada logarítmica de la función Γ de Euler, también conocida como *polígama*.

Las contribuciones al orden siguiente al dominante (NLO) de los núcleos de Altarelli - Parisi $P_{ab}^{(1)}(x)$ fueron calculadas en las Ref. [35] [44] [38, 76] [54, 76] [53] y puede observarse que a este orden, los núcleos de la evolución difieren de aquellos que gobiernan la dependencia en la escala de factorización de las densidades de partones.

Los ordenes más altos de los desarrollos perturbativos de los núcleos de Altarelli - Parisi presentan un comportamiento singular en el límite $x \rightarrow 0$. Esta característica conduce a funciones de fragmentación negativas para $x \ll 1$, a partir de algún cierto valor Q , aún cuando su definición sea positiva para cierta escala $Q_0 < Q$.

3.5. Parametrización de las funciones de fragmentación

Como mencionamos en la introducción de este capítulo, la extracción de funciones de fragmentación era usualmente realizada utilizando sólo datos procedentes de experimentos SIA. Para estos análisis globales se implementaron

parametrizaciones muy simples de las funciones de fragmentación a una escala inicial μ_0 de la forma:

$$N_i z^{\alpha_i} (1 - z)^{\beta_i}, \quad (3.29)$$

que satisface trivialmente el requerimiento que las distribuciones sean funciones continuas que se anulan en los extremos del intervalo de fracciones de impulso permitidas.

Este tipo de análisis tienen serias limitaciones a la hora de realizar la separación en sabores y discriminar entre las funciones de fragmentación asociadas a sabores de valencia y a sabores de mar.

Para poder optimizar la extracción de las funciones de fragmentación de quarks, antiquarks y gluones, aprovechando la riqueza completa de los datos experimentales recientes de producción de piones cargados en procesos SIDIS y colisiones pp, se requiere una parametrización más flexible [40] del tipo de la que se implementó en el análisis global DSS:

$$D_i^h(z, \mu_0) = \frac{N_i z^{\alpha_i} (1 - z)^{\beta_i} (1 + \gamma_i (1 - z)^{\delta_i})}{B[2 + \alpha_i, \beta_i + 1] + \gamma_i B[2 + \alpha_i, \beta_i + \delta_i + 1]} \quad (3.30)$$

donde $B[a, b]$ representa la función *Beta de Euler* y donde N_i es una constante de normalización que determina el peso de la contribución de la función D_i^H a la regla de suma:

$$\sum_i \int_0^1 dz z D_i^H(z, Q^2) = 1, \quad (3.31)$$

En el análisis global DSS, la escala inicial de la evolución en Q^2 se fijó en $\mu_0 = 1$ GeV.

Siguiendo los lineamientos del análisis DSS, en este nuevo ajuste supondremos algunas relaciones motivadas por simetrías físicas, que permiten reducir el número de parámetros libres en este nuevo ajuste. Estas relaciones se traducen en relaciones entre las funciones de fragmentación. Es posible verificar que al relajar estos vínculos no se obtiene una mejora significativa en el resultado del ajuste [40]. Para los procesos $\{u, \bar{u}, d, \bar{d}\} \rightarrow \pi^+$ se impuso la simetría de isospin sobre las funciones de fragmentación del mar

$$D_{\bar{u}}^{\pi^+} = D_d^{\pi^+} \quad (3.32)$$

Sin embargo, se vuelve necesario relacionar a las funciones de fragmentación totales de quark u y quarks d por un factor $N_{d+\bar{d}}$

$$D_{u+\bar{u}}^{\pi^+} = N_{d+\bar{d}} D_{d+\bar{d}}^{\pi^+} \quad (3.33)$$

que permite cuantificar cualquier violación de la simetría de carga en el ajuste. A diferencia de lo realizado en el análisis DSS, las funciones de fragmentación de sabor s están ahora relacionadas con las asociadas a \bar{u} a través de un factor que depende de z

$$D_s^{\pi^+} = D_{\bar{s}}^{\pi^+} = N_s z^{\alpha_s} D_{\bar{u}}^{\pi^+} \quad (3.34)$$

Otra diferencia respecto del análisis DSS es que en no suponemos a los parámetros γ_c y γ_b como nulos. Explotar la flexibilidad completa de la parametrización DSS también en estos sabores, ayuda a acomodar los nuevos conjuntos de datos de BELLE[68], BABAR[67], COMPASS[71] y HERMES[11] en el ajuste global, las cuales fijan el comportamiento de las funciones de fragmentación de ambos sabores.

AL igual que en el análisis DSS, los quarks pesados son tratados como partones no masivos. Sin embargo, a diferencia de los sabores livianos, éstos son incluidos en la evolución de QCD en forma discontinua, es decir, las funciones de fragmentación de charm y bottom se activan justo por encima del umbral $Q = M_c, M_b$ (donde $M_c = 1,4 \text{ GeV}$ y $M_b = 4,3 \text{ GeV}$ indican las masa de los quarks charm y bottom), respectivamente. En la Ref. [40] se ha demostrado que ésta es una aproximación suficientemente buena aunque, como veremos en el próximo Capítulo, mejorar la suavidad de los observables físicos a los largo de los umbrales de activación de los sabores pesados mejora sustancialmente la descripción de los datos experimentales

Teniendo en cuenta todas estas relaciones, tenemos un total de 28 parámetros libres para describir las funciones de fragmentación de quarks, antiquarks y gluones a piones positivamente cargados que deben ser determinados comparando la predicción teórica de observables físicos con sus respectivas mediciones, a través de la minimización de una función χ^2 , como se a mencionado en el Capítulo 1. Las funciones de fragmentación a piones negativamente cargados, se obtienen por conjugación de carga, mientras que las correspondientes a piones neutros se obtienen suponiendo que $D_i^{\pi^0} = [D_i^{\pi^+} + D_i^{\pi^-}]/2$.

Como hemos mencionado antes, resulta más práctico evolucionar las funciones de fragmentación en el espacio de la variable de Mellin N . En ese sentido resulta conveniente contar con las transformadas de sus parametrización. Introduciendo 3.30 en la Ec. 3.13 se obtiene:

$$D_i^H(N, \mu_0) = N_i \frac{B[N + \alpha_i, \beta_i + 1] + \gamma_i B[N + \alpha_i, \beta_i + \delta_i + 1]}{B[2 + \alpha_i, \beta_i + 1] + \gamma_i B[2 + \alpha_i, \beta_i + \delta_i + 1]} \quad (3.35)$$

3.6. Estimación de incertezas

La estimación de incertezas resulta un punto crucial de cualquier análisis global a fin de poder realizar una correcta interpretación de los resultados del ajuste o comparar con datos experimentales los resultados de la predicción de cualquier observable físico realizada a partir de las funciones de densidades de partones y de fragmentación extraídas.

Como ya se ha mencionado antes, los resultados de análisis globales se obtienen efectuando la minimización de la función $\chi^2(\{N_i, \alpha_i, \beta_i, \delta_i, \gamma_i\})$ que cuantifica la bondad del ajuste de los datos experimentales. La búsqueda del mínimo se realiza considerando la hipótesis de independencia de los parámetros $\{N_i, \alpha_i, \beta_i, \delta_i, \gamma_i\}$ que definen la dependencia en la fracción de impulso z de las funciones de fragmentación. La validez de ésta hipótesis fue estudiada en [37] y, como puede observarse en este trabajo (ver Figura 1), la independencia de los parámetros a determinar es una muy buena aproximación del problema real. Bajo estas consideraciones:

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^N \left[\left(\frac{1 - N_i}{\delta N_i} \right)^2 + \sum_{j=1}^{N_i} \omega_i \frac{(\mathcal{N}_i T_j - E_{ij})^2}{\delta E_{ij}^2} \right] \quad (3.36)$$

donde N representa al número de conjuntos de datos experimentales considerado y N_i representa al número total de puntos experimentales en cada uno de ellos. Los datos experimentales están representados por E_{ij} y sus predicciones teóricas por T_j , que dependen del valor de los parámetros $\{N_i, \alpha_i, \beta_i, \delta_i, \gamma_i\}$, pesados por las incertezas δE_{ij} asociadas a estas mediciones.

En el análisis DSS la cuantificación de incertezas se realizó con la ayuda de la técnica de *Multiplicadores de Lagrange*[83], delimitando en el fit la región de máxima variación del segundo momento truncado de cada función de fragmentación

$$\eta_i^{\pi^+}(x_{\min}) = \int_{x_{\min}}^1 z D_i^{\pi^+}(z, Q^2) dz \quad (3.37)$$

con $x_{\min} = 0,2$ y $Q = 5$ GeV. Este método es conceptualmente simple, muy robusto y no requiere de ninguna suposición sobre la función χ^2 . Sin embargo, es computacionalmente lento porque requiere muchas minimizaciones completas para encontrar la dependencia de χ^2 respecto de algún observable físico \mathcal{O} acerca del que queremos cuantificar sus límites de incerteza. La dificultad se multiplica teniéndose en cuenta que cada observable físico debe estudiarse en forma separada.

Un alternativa mucho más económica en cuanto a recursos computacionales es el método de *Matriz de Errores* o *Método Hessiano*[81], que parte de la

hipótesis básica de que la función χ^2 puede ser aproximada por un desarrollo cuadrático en los parámetros a ajustar, en el entorno del mínimo. Así se tiene

$$\chi^2 = \chi^2 + \sum_{ij} H_{ij}(\xi_i - \xi_i^{(0)})(\xi_j - \xi_j^{(0)}) \quad (3.38)$$

donde se eligió la notación genérica $\{\xi_i\}$ para denotar a los parámetros a determinar, y donde $\{\xi_i^{(0)}\}$ representan los valores de éstos parámetro para el que se obtiene el valor mínimo χ_0^2 . Los elementos de la Matriz Hessiana, representados por H_{ij} , son calculados usando diferencias finitas para estimar las derivadas segundas de la función χ^2 .

La incerteza sobre un observable físico \mathcal{O} se calcula a partir de la Matriz de Error, inversa de la Matriz Hessiana, según

$$(\Delta\mathcal{O})^2 = \Delta\chi^2 \sum_{ij} \frac{d\mathcal{O}}{d\xi_i} (H_{ij})^{-1} \frac{d\mathcal{O}}{d\xi_j} \quad (3.39)$$

Para estudiar el entorno del mínimo, resulta conveniente realizar un cambio de variables en el desarrollo cuadrático de la función χ^2 reemplazando las diferencias $\xi_i - \xi_i^{(0)}$ por combinaciones lineales de las mismas. Aquellas correspondientes a autovectores de la Matriz Hessiana, $\{z_i\}$, permiten reescribir la fórmula para calcular la incerteza sobre el observable \mathcal{O} de manera más simple [80]. Así,

$$(\Delta\mathcal{O})^2 = \Delta\chi^2 \sum_i \left(\frac{d\mathcal{O}}{dz_i} \right)^2 \quad (3.40)$$

En la práctica, esta expresión resulta mucho más conveniente para la estimación de incertezas puesto que el efecto de la precisión limitada del cálculo numérico iterativo de las derivadas $d\mathcal{O}/dz_i$ se reduce gracias a que las variables z_i son no correlacionadas.

A partir de la construcción desplazamientos S_k^\pm finitos respecto del mínimo a lo largo de la dirección correspondientes al k -ésimo autovector, donde los signos $+$ y $-$ hacen referencia al sentido de desplazamiento sobre dicha dirección, pueden calcularse nuevos conjuntos de valores de los parámetros $A_k^\pm = \{\xi_1^{(k),\pm}, \dots, \xi_n^{(k),\pm}\}$ que pueden ser usados para computar las derivadas del observable físico \mathcal{O} respecto de las variables z_i . Así, la expresión anterior se reduce simplemente a:

$$\Delta\mathcal{O} = \frac{1}{2} \sqrt{\sum_k (\mathcal{O}(A_k^+) - \mathcal{O}(A_k^-))^2} \quad (3.41)$$

La magnitud de los desplazamientos define eligiendo una cantidad $T = \sqrt{\Delta\chi^2}$ tolerada para un resultado aceptable del análisis global.

A diferencia de la implementación de Multiplicadores de Lagrange, el método Hessiano permite realizar la propagación de incertezas sobre cualquier observable físico asociado al conocimiento de las funciones de fragmentación. Sin embargo, existen ciertas dificultades técnicas que deben afrontarse a la hora de llevar a cabo la aplicación del método Hessiano. Una de ellas es el cálculo iterativo de la Matriz Hessiana, que puede ser una tarea muy compleja cuando la magnitud de sus autovalores comprende diferentes ordenes de magnitud. Al ser imprescindibles para conectar los parámetros libres ξ_i con las variables z_i , todos los autovalores deben ser calculados con suficiente precisión. En ese sentido, el *Método Hessiano Mejorado* introduce un procedimiento iterativo, desarrollado por Pumplin, Stump y Tung [81], que adapta el tamaño de los pasos usado en el cálculo de la Matriz Hessiana a la incerteza en la dirección de cada autovector.

En Ref. [37] se estudió la posibilidad de aplicar el método Hessiano mejorado en un análisis idéntico al DSS (mismos datos, mismos cortes y mismas parametrizaciones) comparando las incertezas resultantes con las obtenidas con la técnica de Multiplicadores de Lagrange. Los resultados muestran algunas diferencias entre las incertezas obtenidas a partir de cada método, observándose una sobreestimación de las mismas en el caso de las funciones de fragmentación a Q^2 fijo. Estas diferencias tienen origen en la presencia de correlaciones entre los parámetros α_i que no fueron tenidas en cuenta.

Para el cálculo de incertezas en este nuevo análisis global, se eligió una tolerancia correspondiente a intervalos del nivel de confianza del 68 % y 90 %, contruidos a partir de la densidad de probabilidades Gaussiana para el χ^2 de n grados de libertad:

$$P_n(x) = \frac{x^{n/2-1} e^{-x/2}}{\Gamma(n/2) 2^{n/2}} \quad (3.42)$$

La variación $\Delta\chi^2$ asociada a los 68vo y 90mo percentiles fueron calculados resolviendo, respectivamente, las ecuaciones

$$\int_0^{\chi^2 + \Delta\chi^2} d\chi^2 P_k(\chi^2) = 0,68 \text{ y } 0,90, \quad (3.43)$$

Para el cálculo de las secciones eficaces de procesos de dispersión profundamente inelástica y colisiones protón - protón, se eligió utilizar el conjunto de funciones de densidad de partones extraídas por la grupo MSTW y sus correspondientes incertezas, determinadas también a través del Método Hessiano Modificado. Sin embargo, debe destacarse que en la región de valores de la escala de energía Q^2 y de las fracciones x de impulso de los hadrones en el estado inicial de dichos procesos, relevante para la extracción de funciones de fragmentación, las funciones de densidad de partones están relativamente bien constreñidas y,

por lo tanto, la elección de otro conjunto distinto al de MSTW no alteraría significativamente los resultados.

3.7. Resultados

En ésta sección se presentan los resultados principales obtenidos a partir del análisis global descrito a lo largo de este capítulo [39]. Recordemos que el conocimiento de las funciones se adquiere a través de la comparación entre datos experimentales y sus predicciones teóricas, calculadas a partir del modelo de partones. A partir de esta comparación se busca encontrar los valores óptimos de los parámetros que describen el comportamiento de estas funciones a la escala de referencia $Q^0 = 1$ GeV minimizando la función χ^2 , introducida en la Sección 1.8, utilizando las herramientas de minimización numérica proporcionadas por el programa MINUIT [52].

Tabla 3.1: Parámetros que describen a las funciones de fragmentación $D_i^{\pi^+}(z, Q_0)$ de partones en piones positivamente cargados a la escala inicial $Q_0 = 1$ GeV a NLO en el esquema $\overline{\text{MS}}$. Los resultados para los sabores *charm* y *bottom* corresponden a las respectivas escalas de activación $Q_0 = m_c = 1,43$ GeV y $Q_0 = m_b = 4,3$ GeV.

sabor i	N_i	α_i	β_i	γ_i	δ_i
$u + \bar{u}$	0.4465	-0.455	0.912	8.00	4.14
$d + \bar{d}$	0.4471	-0.455	0.912	8.00	4.14
$\bar{u} = d$	0.127	0.997	2.884	31.48	7.70
$s + \bar{s}$	0.378	0.546	2.884	31.48	7.70
$c + \bar{c}$	0.348	0.555	4.883	7.62	7.64
$b + \bar{b}$	0.401	-0.262	4.369	20.80	11.72
g	0.216	1.542	4.066	86.34	19.32

En la Tabla 3.1 podemos encontrar los resultados finales del ajuste en cuanto a los parámetros que determinan el comportamiento de las funciones de fragmentación de partones en piones, a la escala $Q_0 = 1$ GeV (para los sabores *charm* y *bottom* se consideraron $Q_0 = m_c$ y $Q_0 = m_b$, respectivamente). Al respecto, se debe mencionar que la Tabla 3.1 revela diferencias notables respecto de los resultados obtenidos en el análisis DSS [40]. A partir de la incorporación de los datos de multiplicidades de piones provistos por los experimentos HERMES y COMPASS y aquellos provistos por STAR sobre la razón π^-/π^+ , se observa que el parámetro $N_{d+\bar{d}}$ prefiere permanecer muy cerca de la unidad, manifestando prácticamente la ausencia de un posible rompimiento de la simetría de carga.

El conjunto actual de datos experimentales permite introducir una dependencia no trivial en la fracción z de impulso, Ec.(3.34) para describir el potencial

rompimiento de la simetría $SU(3)$ de sabor entre las funciones de fragmentación de quarks \bar{u} ($= d$) y s ($= \bar{s}$). Con la dependencia en z en el vínculo entre las funciones de fragmentación no favorecidas se obtienen estimaciones mucho más realistas sobre las incertezas de ambos $D_s^{\pi^+}$ y $D_u^{\pi^+}$. En particular, la incerteza sobre la función de fragmentación $D_s^{\pi^+}$ resulta mucho más grande que $D_u^{\pi^+}$, como puede notarse en la Figura 3.5, donde se presentan las funciones de fragmentación de partones a piones cargados positivamente a $Q = 10 \text{ GeV}^2$. Los cuatro cuadros a la izquierda del gráfico muestran el comportamiento óptimo (línea continua) obtenido para las funciones $zD_{q+\bar{q}}^{\pi^+}$ (para $q = u, d, s, c$ y b) y $zD_g^{\pi^+}$, con precisión al orden siguiente al dominante. Las bandas de incerteza correspondientes a un nivel de confianza del 68 % (interna) y 90 % (externa) permiten comparar los resultados obtenidos con los correspondientes al análisis global DSS (línea discontinua) con el mismo nivel de precisión. Para una mejor visibilidad, en los cuadros de la derecha se representan gráficamente la incerteza relativa para el mismo conjunto de funciones $zD_{q+\bar{q}}^{\pi^+}$ y $zD_g^{\pi^+}$. Por otro parte, la dependencia en la fracción de impulso z introducida a través de la Ec.(3.34) contribuye a la flexibilidad del análisis, ayudando a acomodar los distintos conjuntos de datos experimentales de una mejor manera.

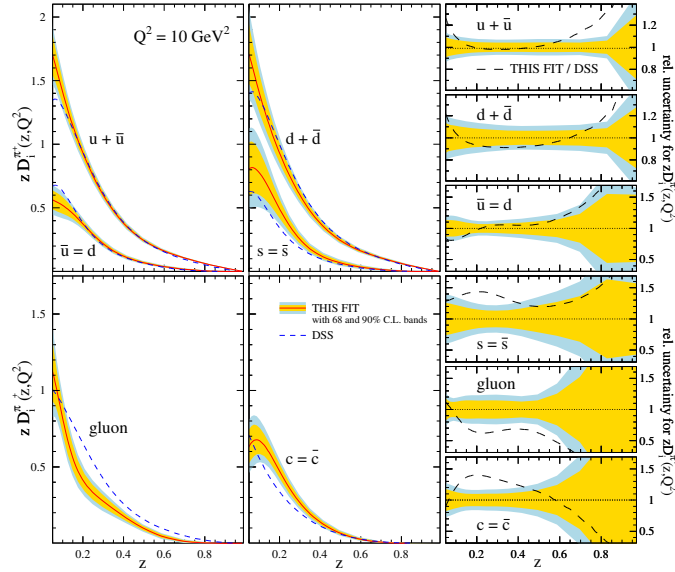


Figura 3.5: Las funciones de fragmentación individuales $zD_i^{\pi^+}(z, Q^2)$ de partones en piones cargados (línea continua), para $Q^2 = 10 \text{ GeV}^2$, junto con las bandas de incerteza estimadas con un nivel de confianza del 68 % (interna) y 90 % (externa). La línea punteada representan las funciones de fragmentación individuales extraídas a partir del ajuste DSS (línea discontinua). Los paneles a la derecha muestran las diferencias relativas entre las funciones de fragmentación extraídas en éste análisis y las correspondientes al análisis DSS [40] (línea continua).

En la Figura 3.5 se observa que las funciones de fragmentación asociadas a sabores livianos obtenidas en el ajuste DSS y aquellas producto de los resultados de este análisis son compatibles dentro de las bandas de incerteza correspondientes a un 90 % de nivel de confianza. La función de fragmentación $D_{u+\bar{u}}^{\pi^+}$ fue la mejor determinada en el análisis, con una incerteza relativa del 10 %, con un nivel de confianza del 90 %, para prácticamente todo el rango de valores de z . Sólo para $z \gtrsim 0,8$ la incerteza relativa crece rápidamente debido a la baja cantidad de datos experimentales para fijar el comportamiento de esta función de fragmentación en dicha región. Por otro lado, la incerteza sobre la función de fragmentación $D_{d+\bar{d}}^{\pi^+}$ es ligeramente mayor que la estimada sobre $D_{u+\bar{u}}^{\pi^+}$. La función desfavorecida $D_{\bar{u}}^{\pi^+}$ ($= D_d^{\pi^+}$) están bien determinadas en un rango mucho más limitado de valores z , con incertezas que crecen rápidamente a partir de $z \gtrsim 0,5$. El error relativo es dos veces mayor para la función de fragmentación $D_s^{\pi^+}$ ($= D_{\bar{s}}^{\pi^+}$), con valores por encima del 25 % con un nivel de confianza del 90 %.

Las diferencias respecto del análisis DSS [40] son aún más notorias en el caso de las funciones de fragmentación de gluones y partones charm. En este último caso la semejanza entre los dos análisis proviene de la nueva parametrización de la dependencia funcional en z de la función $D_{c+\bar{c}}^{\pi^+}$, para $Q_0 = m_c$. Ésta ofrece una mayor flexibilidad, ayudando a mejorar la calidad general del ajuste global, algo que no puede adjudicarse a ningún conjunto de datos en particular. La función de fragmentación de gluones $D_g^{\pi^+}$, comparada con la obtenida en el análisis DSS, se reduce significativamente como resultado de la incorporación de los datos de colisiones de protón - protón del experimento ALICE [3], que conducen al análisis a reducir la contribución de la fragmentación de gluones a la producción de piones para prácticamente todos los valores de z . La incerteza relativa de la función $D_g^{\pi^+}$ es aproximadamente del 20 % con un nivel de confianza del 90 %, para $Q^2 = 10 \text{ GeV}^2$, y crece rápidamente para $z \gtrsim 0,5$.

La inclusión de los datos provistos por las colaboraciones BABAR [67] y BELLE [68] sobre producción de piones en procesos de SIA, a una escala $Q \approx 10,5 \text{ GeV}$, ayuda a fijar las funciones de fragmentación de sabores livianos de manera más confiable que en el análisis DSS [40], en particular para el caso de $D_{u+\bar{u}}^{\pi^+}$. Estos conjuntos de datos experimentales junto con los provenientes de las colaboraciones LEP y SLAC, que fijan el comportamiento de la *función de fragmentación sigulete* ($\sum_q D_{q+\bar{q}}^{\pi^+}$) a la escala a $Q^2 = M_Z^2$, ayudan a separar en forma parcial las contribuciones de los distintos sabores, gracias a que la producción de piones en procesos SIA es sensible a la carga eléctrica de los quarks. La separación completa se logra agregando además la información que aportan los datos de producción de piones en procesos de SIDIS o colisión protón - protón.

La calidad general del ajuste global está resumida en la Tabla 3.2, donde se

Tabla 3.2: Conjuntos de datos empleados en el análisis global al orden siguiente al dominante, las normalización óptimas \mathcal{N}_i , Ec.3.36, de dichos conjuntos de datos, los valores de la función χ_i^2 por experimento (incluyendo la penalidad sobre los parámetros \mathcal{N}_i) y el valor de la función χ^2 total, obtenidos en el ajuste.

experiment		data type	norm. \mathcal{N}_i	# data in fit	χ_i^2
TPC [10]		incl.	1.043	17	17.3
		<i>uds</i> tag	1.043	9	2.1
		<i>c</i> tag	1.043	9	5.9
		<i>b</i> tag	1.043	9	9.2
TASSO [25]	34 GeV	incl.	1.043	11	30.2
	44 GeV	incl.	1.043	7	22.2
SLD [2]		incl.	0.986	28	15.3
		<i>uds</i> tag	0.986	17	18.5
		<i>c</i> tag	0.986	17	16.1
		<i>b</i> tag	0.986	17	5.8
ALEPH [26]		incl.	1.020	22	22.9
DELPHI [5]		incl.	1.000	17	28.3
		<i>uds</i> tag	1.000	17	33.3
		<i>b</i> tag	1.000	17	10.6
OPAL [1, 14]		incl.	1.000	21	14.0
		<i>u</i> tag	0.786	5	31.6
		<i>d</i> tag	0.786	5	33.0
		<i>s</i> tag	0.786	5	51.3
		<i>c</i> tag	0.786	5	30.4
		<i>b</i> tag	0.786	5	14.6
BABAR [67]		incl.	1.031	45	46.4
BELLE [68]		incl.	1.044	78	44.0
HERMES [11]		π^+ (p)	0.980	32	27.8
		π^- (p)	0.980	32	47.8
		π^+ (d)	0.981	32	40.3
		π^- (d)	0.981	32	59.1
COMPASS [71] prel.		π^+ (d)	0.946	199	174.2
		π^- (d)	0.946	199	229.0
PHENIX [8]		π^0	1.112	15	15.8
STAR [4, 6, 7, 9]	$0 \leq \eta \leq 1$	π^0	1.161	7	5.7
	$0.8 \leq \eta \leq 2.0$	π^0	0.954	7	2.7
	$ \eta < 0.5$	π^\pm	1.071	8	4.3
	$ \eta < 0.5$	$\pi^+, \pi^- / \pi^+$	1.006	16	17.2
ALICE [3]	7 TeV	π^0	0.766	11	27.7
TOTAL:				973	1154.6

presentan en forma detalla los valores de la función χ_i^2 asociada a cada experimento y de las normalizaciones \mathcal{N}_i (que ajustan entre sí los ceros de los experimentos), en el punto donde la función χ^2 total alcanza su mínimo valor. Los valores de χ_i^2 en esta tabla fueron obtenidos a partir de los datos experimentales

apuntados en la Sección 3.2, una vez que se aplicaron los cortes mencionados, incluyendo las penalidades sobre los parámetros \mathcal{N}_i .

En cuanto a los resultados obtenidos, vale la pena mencionar que en este análisis global se cuenta con un conjunto total de datos experimentales aproximadamente dos veces más grande que aquel que se utilizó para el análisis DSS [40]. Sin embargo, la calidad del ajuste mejoró sustancialmente reduciendo el χ^2 por grado de libertad (g.d.l.) de $\chi^2/\text{g.d.l.} \sim 2,2$ (en el análisis DSS) a $\chi^2/\text{g.d.l.} \sim 1,2$. Por otro lado, sobre los valores de las funciones χ^2 individuales se observa que, para aquellos conjuntos de datos experimental de producción de piones en procesos de SIA comunes con el análisis DSS, se obtienen resultados prácticamente iguales. Los valores finales de las normalizaciones de los datos provenientes del experimento OPAL [1, 14], completamente separados en sabor, difieren notablemente de la unidad deteriorando la descripción de dicho experimento. Sin embargo, es importante mencionarse que se debe ser cauteloso al considerar mediciones separadas por sabor puesto que carecen de una apropiada interpretación más allá del orden dominante, como se ha puntualizado en las Refs. [1, 14].

La mejora superior se observa en la descripción de las multiplicidades de piones en procesos de SIDIS provenientes de HERMES [11]. Además, las multiplicidades de piones cargados provistas por el experimento COMPASS [71] (preliminares) y las datos de producción de piones en procesos SIA de BELLE [68] y BABAR [67] integran correctamente en el análisis global de funciones de fragmentación de piones en partones.

Finalmente, se encuentra cierta tensión entre los conjuntos de datos colisiones protón - protón provenientes de RHIC y LHC. Ésto obliga a introducir un corte en el momento transversal del pión $p_T > 5$ GeV para acomodar ambos conjuntos de forma adecuada, en este análisis global. El ajuste conduce, a partir de este corte, a valores muy razonables de χ_i^2 para estos experimentos. En particular, sobre los datos provenientes del experimento ALICE [3] se aplica una penalidad a causa de que la normalización correspondiente difiere notoriamente de la unidad, generando un incremento de la función χ_i^2 de dicho experimento. El valor final de ésta normalización refleja una preferencia de los nuevos datos de ALICE por reducir la contribución de la fragmentación de gluones en piones, respecto de los resultados del análisis DSS [40] basado sólo en los datos de la colaboración PHENIX [8] de RHIC. Como resultado del corte en p_T el número de datos provenientes de RHIC considerados en el análisis global se redujo, en comparación con el ajuste DSS. Los conjuntos de datos medidos por BRAHMS y STAR, al no superar este filtro, quedan excluidos de éste análisis. Del mismo modo, no se consideran los datos de ALICE tomados a $\sqrt{s} = 900$ GeV [3], para los que sólo un único punto supera el corte en p_T .

3.7.1. Acerca de los datos de Aniquilación Electrón - Positrón

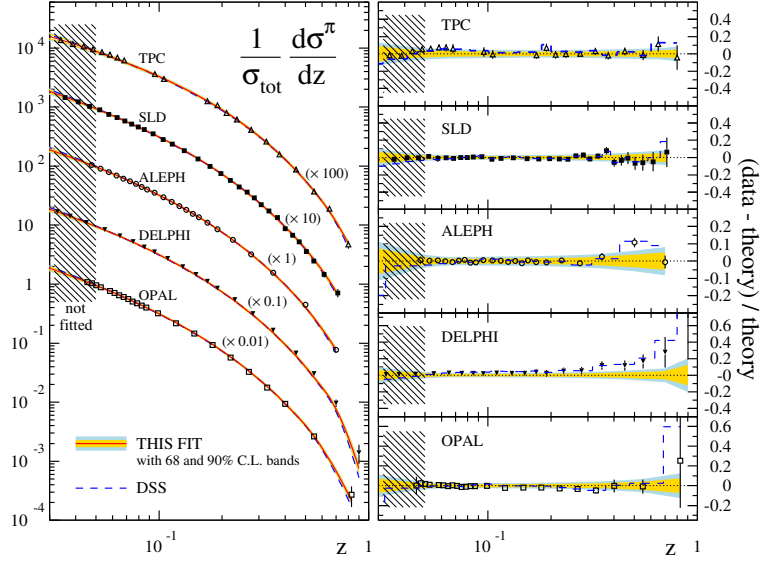


Figura 3.6: **Izquierda:** comparación de los resultados obtenidos al orden NLO (línea continua) y los datos experimentales para la producción de piones en procesos de SIA de las colaboraciones TPC [10], SLD [2], ALEPH [26], DELPHI [5] y OPAL [14]. Además se presentan, los resultados del ajuste DSS correspondientes a dichos conjuntos de datos (línea discontinua). Las bandas interna y externa corresponden a las incertezas estimadas con un nivel de confianza del 68 % y 90 %, respectivamente. **Derecha:** “(datos-teoría)/teoría” para cada uno de los conjuntos de datos experimentales mencionados, junto con la diferencia relativa entre los resultados obtenidos respecto de los correspondientes al análisis DSS (línea discontinua).

En las Figuras 3.6 y 3.7 se presenta una comparación detallada de los resultados del ajuste y sus incertezas con niveles de confianza del 68 % y 90 %, junto con los datos incluidos en este análisis global.

En dichas figuras puede observarse que el acuerdo entre el resultado del ajuste y los datos de SIA es excelente para prácticamente todos los valores de la escala de energía Q^2 de centro de masa del procesos de aniquilación, y la fracción de impulso z . Para $Q^2 = M_Z^2$, sólo los datos correspondientes al experimento DELPHI exhiben una tensión moderada con el resto de los conjuntos de datos, obtenidos a la misma escala de energía, en la región de mayores valores de z . Como resultado de ésto se observa que los χ_i^2 individual de estos experimentos se encuentran entre los más grandes dentro del grupo de los conjunto de datos de SIA.

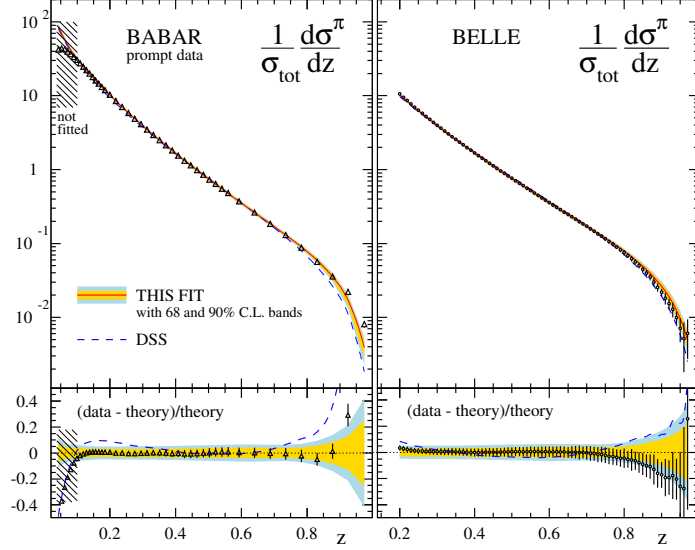


Figura 3.7: **Izquierda:** comparación de los resultados obtenidos al orden NLO (línea continua) con los datos experimentales de la colaboración BABAR; además, se presentan las predicciones correspondientes realizadas a partir de los resultados obtenidos en el ajuste DSS [40]. **Derecha:** lo mismo que se presenta en el panel izquierdo para los datos experimentales de la colaboración BELLE. En ambos casos, el panel inferior presenta la diferencia relativa “(datos-teoría)/teoría” para cada uno de los conjuntos de datos; la línea discontinua describe la diferencia relativa entre los resultados obtenidos y la predicción del mismo observable físico calculada a partir de los resultados del análisis DSS. Además, las bandas interna y externa muestran las incertezas estimadas con un nivel de confianza del 68 % y 90 %, respectivamente.

Las colaboración BELLE [68] realizó, a la escala $Q^2 \approx 10,5$ GeV, medidas de producción de piones en procesos de SIA para los valores de la fracción de impulso z más grandes, con el bineado más fino, hasta antes explorados. Para $z \gtrsim 0,8$ se observa que el ajuste tiende a sobrestimar a los datos experimentales, aunque el resultado es compatible dentro de las bandas de error teórico estimadas. En esta región cinemática se espera que las contribuciones divergentes, debidas a la configuración con partones colinelales, sean las que dominan el comportamiento de las secciones eficaces. Si bien se conoce cómo estas contribuciones [19, 24, 28, 75] deben ser resumadas queda como pendiente estudiar cuidadosamente su relevancia para mejorar el acuerdo entre experimento y teoría.

El bineado de los datos producidos por la colaboración BABAR [67] se vuelve más ancho a medida que crece la z y se puede notar que el ajuste sigue una tendencia contraria a lo observado en los datos de BELLE. El ajuste acuerda excelentemente con los datos de BABAR y sigue la tendencia de éstos aún

por debajo del corte $z > 0,1$. Sin embargo, la calidad del ajuste se deteriora rápidamente para $z \rightarrow 1$: los datos tienden a caer mientras que la sección eficaz de producción de piones al NLO tiene una tendencia creciente. La razón para incluir el corte $z > 0,1$, mayor que el implementado sobre los conjuntos de datos experimentales a la escala $Q^2 = M_Z^2$, se debe a que en esta región se espera que los efectos de la masa del hadrón en el estado final sean relevantes. Ésta podría ser la razón que origina la discrepancia entre los datos experimentales y su descripción teórica. La colaboración no publicó ningún dato por debajo de $z = 0,2$ [68].

En las Figuras 3.6 y 3.7 pueden observarse, además, las predicciones (línea discontinua) teóricas obtenidas a partir de los resultados del análisis DSS, sin realizar ningún tipo de reajuste de los parámetros involucrados. Si bien puede observarse que el acuerdo con los datos experimentales es muy bueno, puede notarse que el análisis DSS tiende siempre a sobre estimar las secciones eficaces de producción de piones, para valores grande de z , respecto de los conjuntos de datos experimentales producidos por las colaboraciones BELLE y BABAR.

Las bandas de incerteza estimadas a partir del ajuste tienen a crecer tanto para valores altos como para valores bajos de la fracción de impulso z . Ésto es un claro reflejo de cómo los datos experimentales cubren el espacio de fase. El mismo comportamiento se observa en las bandas de incerteza estimadas para las funciones de fragmentación, Figura 3.5.

Los aceleradores LEP y SLAC proveen la mayoría de los datos de producción de piones en procesos de SIA. Los experimentos en dichos aceleradores fueron realizados a escalas de energía ($Q^2 \simeq M_Z^2$) dominadas por el acoplamiento entre quarks de sabor u y d con y el bosón Z , producido tras la aniquilación. En cambio, los datos de BELLE y BABAR son dominados por el acoplamiento con un fotón que, pesado por la carga eléctrica, tienen una preferencia por la producción de piones a partir de la fragmentación de quarks de sabor u . El uso combinado de todos estos datos permite realizar una separar parcialmente la contribuciones de los distintos sabores. Los datos etiquetados por sabor de LEP y SLAC, son las fuentes más directas de información acerca de la fragmentación de quarks de sabor c y b en piones.

3.7.2. Acerca de los datos de Dispersión profundamente inelástica

Las multiplicidades de piones en procesos SIDIS son unos de los vínculos más fuertes para extracción de funciones de fragmentación completamente separadas en sabores. A diferencia de la producción de piones en procesos SIA, las multiplicidades son sensibles a la carga del hadrón producido en el estado final. Por

ejemplo, si en la SIDIS se utilizan protones como blanco, se tendrá una mayor producción de π^+ que de π^- . Ésta es una consecuencia de que, dentro del protón, existe una mayor abundancia de quarks up respecto de los demás tipos de quarks, además, de que este tipo de quarks es preferido en el acoplamiento de con el fotón mediador debido a su mayor carga eléctrica.

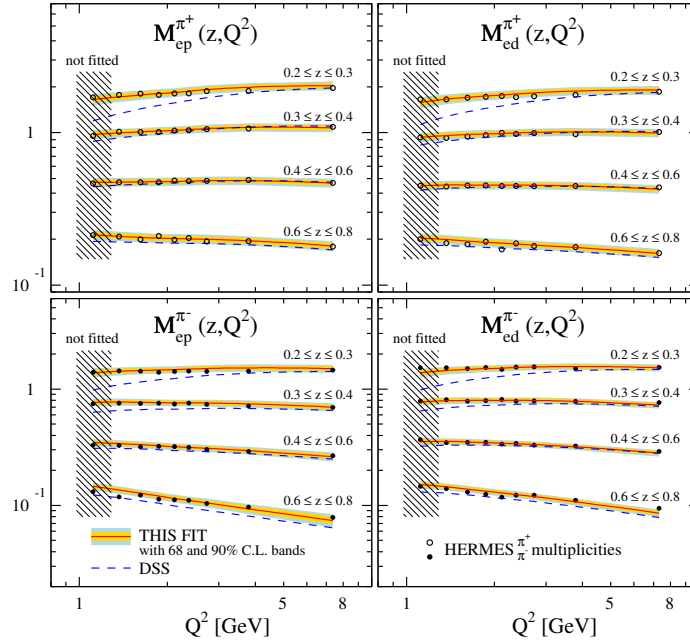


Figura 3.8: Comparación de los resultados obtenidos para las multiplicidades en procesos SIDIS contra blanco de protones (panel izquierdo) y deuterones (panel derecho) con los datos experimentales de la colaboración HERMES [11]. Las bandas de incerteza interna y externa corresponden a niveles de confianza del 68% y 90%, respectivamente. Además, se muestran los resultados obtenidos en el análisis global DSS (línea discontinua).

En este nuevo ajuste global, se cuenta con los conjuntos de datos finales de multiplicidades de piones tanto sobre blancos de protones como de deuterones, producidos por la colaboración HERMES [11]. Por el contrario, en el análisis DSS sólo se contaba con algunos conjuntos de datos preliminares sobre blancos de deuterones.

La extracción de funciones de fragmentación a partir de los vínculos que imponen las observaciones experimentales, acerca de la dispersión de electrones en protones o deuterones, requiere, además, conocimiento de las densidades de partones en este tipo de hadrones para poder obtener predicciones teóricas de multiplicidades $M_{e,p(d)}^{\pi^\pm}$. En este sentido, en el ajuste se utilizaron las parametriza-

ciones de la colaboración MSTW a NLO, como ya se mencionó previamente. Los datos de HERMES se utilizaron proyectando, sobre el plano Q^2 , la razón (3.1), integrada en x para cuatro bins diferentes de la fracción de impulso del pion z , que es la variable sensible para la tarea de extraer funciones de fragmentación. Las secciones eficaces partónicas, que tienen incorporadas a las densidades de partones, se calcularon previamente, al orden siguiente al dominante, a través de la técnica de Mellin descrita en la Sección 3.4. Ésto ayuda a reducir significativamente el tiempo de cálculo necesario para realizar la minimización y simplifica el análisis sobre estimación de incertezas.

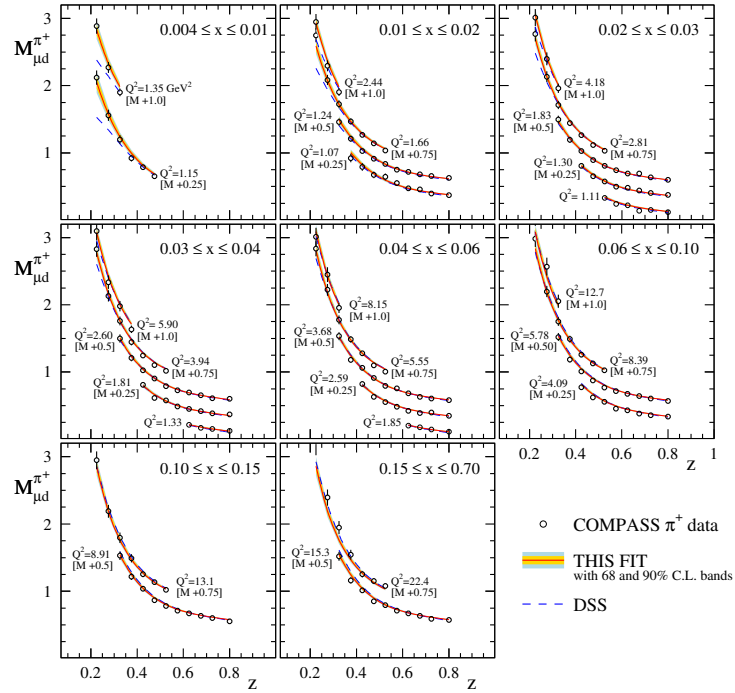


Figura 3.9: Comparación de los resultados obtenidos para las multiplicidades de π^+ en procesos de SIDIS de muones sobre blancos de deuterones con los datos preliminares del experimento COMPASS [71], para varios distintos bins en x y Q^2 . Las bandas internas y externas representan la incerteza con niveles de confianza del 68 % y 90 %, respectivamente. Además se muestran las predicciones obtenidas a partir de los resultados del análisis DSS. Según se indica en el gráfico, se suman diferentes constantes a las multiplicidades para distinguir los resultados correspondientes a distintos bins de Q^2 y x .

El acuerdo del ajuste con los datos de HERMES es mucho mejor que el obtenido en el análisis DSS con los resultados preliminares. Esto se debe principalmente a la mayor precisión de los datos finales que, además, exhiben fluctuaciones considerablemente menores entre sus bins. La mejora en calidad de la descripción

de este conjunto de datos se refleja en la función χ^2_i individual asociada, que se redujo del valor final 188 para 64 datos, en el ajuste DSS, a 175 con 128 datos. En la Figura 3.8 se comparan los resultados del análisis global con las multiplicidades calculadas a partir de las funciones de fragmentación extraídas en el análisis DSS (sin volver a ajustar ninguno de los parámetros). Como puede observarse, el acuerdo entre los datos experimentales y las multiplicidades calculadas en el ajuste global (línea continua) no es óptimo: la curva pasa por fuera de los puntos en todos los bins, con mayor discrepancia para $0,2 \leq z \leq 0,3$ y $0,6 \leq z \leq 0,8$, tanto para la producción de π^+ como de π^- . Sin embargo, cabe mencionar que en todos los casos las multiplicidades resultantes del ajuste son compatibles con los datos experimentales dentro de las bandas de error estimadas, con un 90 % de nivel de confianza. Por el contrario, las predicciones obtenidas a partir de las funciones de fragmentación extraídas en el análisis DSS difieren sustancialmente, estando muy por afuera de la bandas de incerteza estimadas.

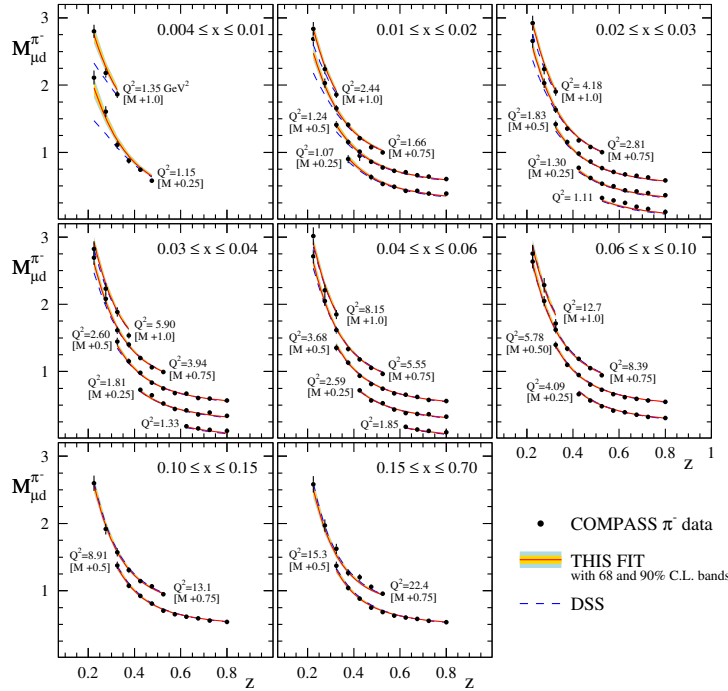


Figura 3.10: Lo mismo que en la Figura 3.9 pero ahora para las multiplicidades de piones negativamente cargados.

En este análisis global se utilizaron también datos de producción de piones cargados provenientes del experimento COMPASS [71] obtenidos utilizando deuterones como blanco. Los datos están presentados en función de la fracción de

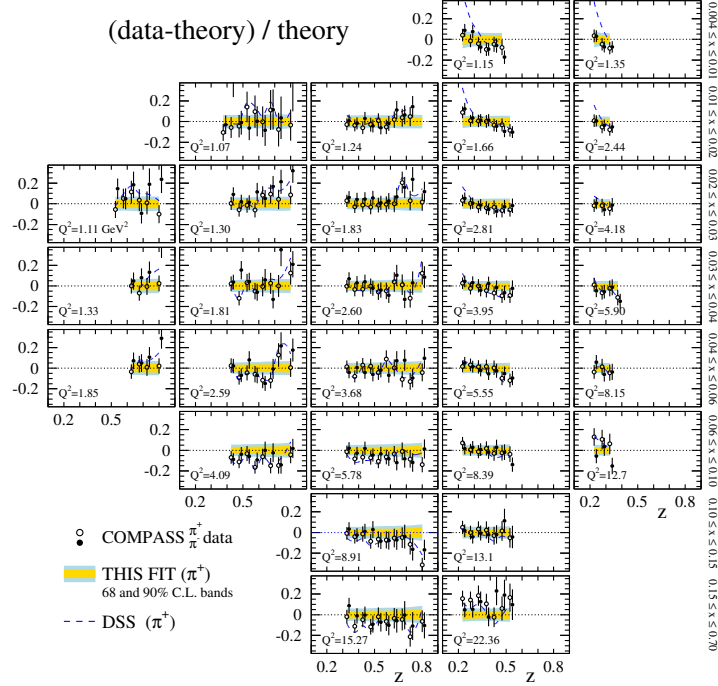


Figura 3.11: Lo mismo que en la Figura 3.9 y 3.10 pero mostrando el error relativo “(dato-teoría)/teoría” para este análisis (los círculos vacíos y llenos corresponden a multiplicidades de π^+ y π^- , respectivamente) en cada bin de x y Q^2 . Las bandas representan la incerteza estimada y la línea discontinua son las predicciones obtenidas a partir de los resultados del análisis DSS.

impulso z , en 8 bins de x , cada uno subdividido en varios bins de Q^2 . Este conjunto contiene 199 datos de producción, tanto de π^+ como de π^- , que pasaron los cortes mencionados en el a Sección 3.2. Como puede observarse en las Figuras 3.9, 3.10 y 3.11 el acuerdo con los datos experimentales alcanzado es muy satisfactorio en prácticamente todos los bins a lo largo de toda la región cinemática explorada por COMPASS. El valor final para la función $\chi^2_i/g.d.l.$ individual es muy cercano a la unidad, como puede observarse en la Tabla 3.2, demostrando que los datos de HERMES y COMPASS pueden describirse simultáneamente sin estropear el acuerdo con los datos de producción de piones en procesos de SIA. Las predicciones realizadas a partir de las funciones de fragmentación obtenidas en el análisis DSS (línea discontinua) concuerdan con el resultado de este ajuste (línea continua), excepto para algunos bins correspondientes a valores bajos de Q^2 . Ésto coincide con las discrepancias entre el conjunto de datos de HERMES y sus predicciones, realizadas a partir de las funciones de fragmentación obtenidas en el análisis DSS, que se dan también para los valores de Q^2 más bajos.

3.7.3. Acerca de los datos de colisiones protón - protón

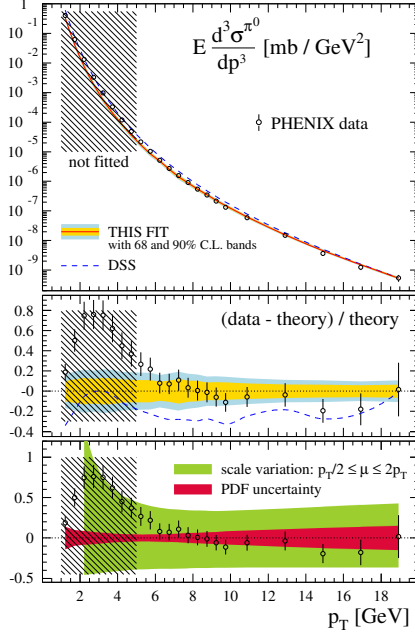


Figura 3.12: **Arriba:** comparación del resultado del análisis global, al orden NLO, para la producción de π_0 en procesos de colisión de protón - protón a $\sqrt{s} = 200$ GeV, contra los datos de PHENIX [8]. Las bandas internas y externas representan la incerteza con niveles de confianza del 68 % y 90 %, respectivamente. Se muestran, también, los resultados a partir de las funciones de fragmentación del análisis DSS (línea discontinua). **Centro:** resultado sobre “(dato-teoría)/teoría”. **Abajo:** incerteza teórica debido a la ambigüedad en la escala de factorización y a la variación de las densidades de partones.

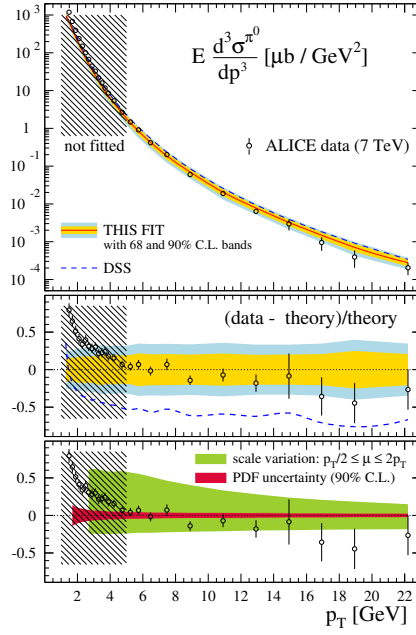


Figura 3.13: Lo mismo que en la Figura 3.12 pero ahora para las producción de piones neutros a $\sqrt{s} = 7$ TeV medida por el experimento ALICE [3].

El último de los componentes experimentales de éste análisis global para extraer funciones de fragmentación de partones en piones proviene de los experimentos de colisiones protón - protón desarrollados en BNL-RHIC y CERN-LHC. En éste análisis global, además los datos provenientes del experimento PHENIX [8] de producción de π^0 a rapidez inetermedia, fuente principal de información del análisis DSS en este tipo de procesos, se cuentan con los resultados de la colaboración STAR [4, 6, 7, 9] de producción de piones neutros y cagados. Y se agrega, además, el primer conjunto de datos proveniente de LHC [3].

El cálculo de las secciones eficaces de producción de piones tras la colisión de dos hadrones requiere del conocimiento de las respectivas densidades de partones para describir a las partículas en el estado inicial, de las secciones eficaces partónicas que contienen la información acerca de la interacción fuerte entre los partones, y de las funciones de fragmentación que describen el procesos en el que se produce cada uno de los piones detectados en el estado final. Esta estructura compleja vuelve imprescindible el uso de grillas precalculadas con ésta información, a excepción de las respectivas funciones de fragmentación, para mejorar la eficiencia del ajuste. Este procedimiento se realiza implementando la técnica de Mellin, a través de la que todas las integrales de convolución se convierten en productos algebraicos.

Puesto que los espectros inclusivos de partículas están dominados, a valores moderados de p_T , por los procesos inducidos por gluones, los datos producidos en BNL-RHIC y CERN-LHC proveen información invaluable para fijar el comportamiento de las funciones de fragmentación $D_g^{\pi^+}$ de gluones a piones.

Este análisis global revela cierta tensión entre los espectros en p_T de piones neutros medidas en los experimentos realizados en RHIC con las observaciones de la colaboración ALICE. De alguna manera esto podía anticiparse a partir de los resultados del ajuste DSS que, aunque describen correctamente los datos producidos en RHIC $\sqrt{s} = 200$ GeV en la región $1,5 \text{ GeV} \lesssim p_T \lesssim 18 \text{ GeV}$, sobrestiman groseramente los resultados de Alice a $\sqrt{s} = 7$ TeV para prácticamente todos los valores de p_T . Se intentó sin éxito aliviar esta tensión agregando grados de libertad extra a la parametrización de las funciones de fragmentación a la escala inicial $Q_0 = 1$ GeV, Ec.(3.30). En particular, como para valores de p_T más bien pequeños, por debajo de los 5 GeV, los dos conjuntos de datos parecen ser mutuamente excluyentes para el análisis global, se decidió introducir un corte sobre el p_T de los piones detectados. De esta manera, sin medios para juzgar si existe alguna potencial inconsistencia en las mediciones experimentales, se evita separar a alguno de éstos conjuntos de datos del análisis global. En las Figuras 3.12 y 3.13, puede observarse que el acuerdo con los datos experimentales obtenido, por encima del corte $p_T = 5$ GeV, es bueno. Además, debe notarse que se mejora la descripción y la predicción de los datos de PHENIX y ALICE, respectivamente, del análisis DSS. Debe recordarse que la descripción de los protones en el estado inicial se realiza, como en el caso de los datos de procesos de SIDIS, a través de las densidades de partones extraídas por la colaboración MSTW. La incerteza debida a la utilización de este conjunto de densidades de partones, calculada con un 90% del nivel de confianza, están representadas en las Figuras 3.12 y 3.13, y es mucho menos significativa que la asociada a la ambigüedad en escala de factorización.

Para mejorar la descripción del conjunto completo de los datos experimen-

tales utilizados en el ajuste, éste requiere del desplazamiento, como un todo, de los datos proveniente de la colaboración ALICE, por fuera de la incerteza experimental estimada de su normalización, Tabla 3.2. Ésta es la razón por la cual ALICE es la mayor contribución a la función χ^2 , dentro de los conjuntos de datos de producción de piones en colisiones protón - protón.

Mientras que el conjunto de datos producido en RHIC tiene una preferencia por incrementar la importancia de la fragmentación de gluones en piones en procesos de aniquilación protón - protón, los datos provenientes de ALICE en LHC generan la tendencia contraria. El efecto neto de esta competencia produce una reducción de la función $D_g^{\pi^+}$, respecto de los resultados obtenidos en el análisis DSS. A pesar de que se cuenta con un gran cantidad de datos experimentales de buena precisión de colisiones protón - protón, la incerteza estimada sobre $D_g^{\pi^+}$ es considerablemente grande: mayor al 20 % con un 90 % de nivel de confianza. Si los datos de RHIC y LHC tendieran a ofrecer una descripción más similar de $D_g^{\pi^+}$, la incerteza estimada sería menor, aunque, todavía persistiría el problema de la ambigüedad en escala de factorización.

Sobre los datos provenientes de la colaboración STAR se aplicó el mismo corte en el impulso transversal de los piones. En la Figura 3.14 puede observarse el cociente π^-/π^+ a valores intermedios de rapidez, que está mucho mejor descrito por este análisis, respecto de la predicción realizada a partir de las funciones de fragmentación extraídas en el ajuste DSS. En el cociente π^-/π^+ , la ambigüedad en escala de factorización se cancela parcialmente y su efecto es menos significativo que en el caso de las secciones eficaces individuales. Este cociente es sensible al potencial rompimiento de la simetría SU(2) de carga, sin embargo, como se observó en las multiplicidades de SIDIS no se observa ninguna evidencia significativa de rompimiento de dicha simetría.

En la Figura 3.15 se pueden observar los tres restantes conjuntos de datos provenientes de STAR utilizados en el análisis global, que cubren distintos intervalos de rapidez. El acuerdo entre el resultado del ajustes y los datos es muy bueno, aún por debajo del corte $p_T \geq 5$ GeV, demostrando que no existe tanta tensión entre estos conjuntos de datos y los provenientes de ALICE, que con los resultados del experimento PHENIX.

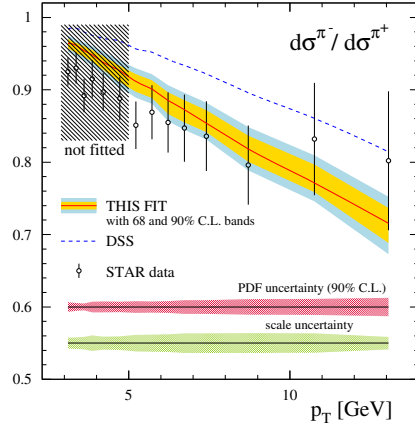


Figura 3.14: Comparación del resultado del análisis global, al orden siguiente al dominante, sobre el cociente de las secciones eficaces π^-/π^+ en procesos de colisión de protón - protón a $\sqrt{s} = 200$ GeV contra los datos correspondientes de STAR [9]. Las bandas internas y externas corresponden a la estimación de la incerteza con niveles de confianza del 68% y 90%, respectivamente. Se muestran, también, los resultados a partir de las funciones de fragmentación obtenidas en el análisis DSS (línea discontinua).

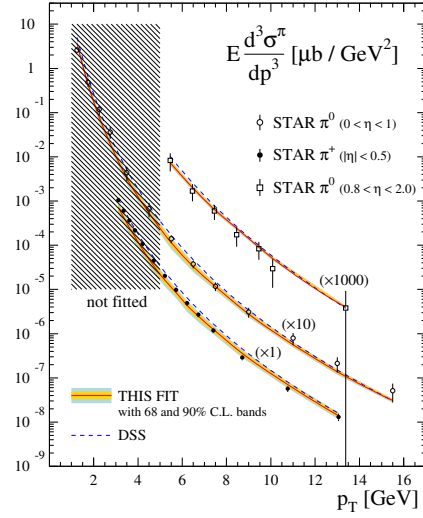


Figura 3.15: Comparación del resultado del análisis global, al orden siguiente al dominante, para la producción de π^0 y π^+ en procesos de colisión de protón - protón a $\sqrt{s} = 200$ GeV, en rangos distintos de rapidez, contra los datos correspondientes de STAR [4, 6, 7]. Las bandas internas y externas corresponden a la estimación de la incerteza con niveles de confianza del 68% y 90%, respectivamente. Se muestran, también, los resultados a partir de las funciones de fragmentación obtenidas en el análisis DSS (línea discontinua).

Capítulo 4

Efectos de las masas de los sabores pesados en el proceso de fragmentación

4.1. Introducción

Los quarks pesados son aquellos que se caracterizan por tener una masa en reposo $m_h \gg \Lambda_{\text{QCD}}$ de modo que la constante de acoplamiento de la interacción fuerte $\alpha_S(\mu = m_h) \ll 1$. Es decir, la producción de quarks pesados y la descripción de su dinámica en procesos de altas energías, como partículas en la capa de masa, puede llevarse a cabo usando la teoría de perturbaciones.

Históricamente, el estudio de los quarks pesados estuvo velado durante años por las bajas tasas de producción de estos sabores de partones en experimentos de dispersión y las grandes incertezas de las mediciones experimentales. Sin embargo, en los últimos años han entrado en el régimen de la física de alta precisión. La física de los quarks pesados excede su interés intrínseco puesto que la producción de este tipo de partículas resulta ser una contribución realmente relevante al fondo de otros procesos de interés para el Modelo Estándar, como por ejemplo el decaimiento del Higgs a pares b y \bar{b} en el LHC.

Independientemente del fenómeno físico estudiado, los efectos de la masa de los quarks pesados en procesos duros y la adecuada definición de las funciones densidad de probabilidades partónicas, necesarias para el cálculo de cualquier predicción para estos sabores, han sido activamente estudiados en los últimos años. Como ya hemos mencionado, la única forma que tenemos de acceder a la información que guardan estas funciones es a través de un análisis global de QCD, haciendo uso de los teoremas de factorización para separar las contribuciones perturbativas de las no perturbativas en las predicciones de observables físicos

hadrónicos.

Cuando un quark pesado participa de un proceso de dispersión fuerte, y la energía característica de dicho proceso no está lejos de la escala asociada a la masa del quark pesado, la elección más natural es tratar a esta partícula como masiva a través de los cálculos, en lugar de la aproximación no masiva generalmente utilizada. Sin embargo, cuando la escala del proceso excede por mucho la escala asociada a la masa de las dichas partículas, las correcciones debido a la masa de los quarks pesados se vuelven despreciables justificando el tratamiento no masivo de dichos quarks, con la resumación implícita a todos los órdenes de las divergencias colineales. Esta situación representa claramente un desafío a la hora de realizar análisis globales para extraer densidades de partones o funciones de fragmentación, donde deben considerarse en forma simultánea procesos que ocurren a escalas de energía muy distintas, que incluye la región alrededor de M_Z .

Para sobrellevar el problema de múltiples escalas, en los análisis globales de QCD más modernos se han introducido los denominados esquemas de masa general con número variable de sabores (GM-VFNS). Estos esquemas, como ya se ha mencionado previamente, permiten extraer funciones de densidad de partones, reteniendo las ventajas de un esquema masivo cerca del umbral asociado a la masa de un sabor pesado, y las de la aproximación no masiva a altas energías respecto de dicha escala, conectando suavemente ambos regímenes.

A diferencia del caso de la extracción de funciones de fragmentación a hadrones pesados, donde ya se han aplicado distintos GM-VFNS, poco se ha avanzado en el estudio de los efectos de la masa de los quarks pesados sobre la fragmentación de partones en hadrones livianos. Esta situación se ha dado debido a las características de los conjuntos de datos experimentales disponibles para la realización de un eventual análisis global. Por un lado, la contribución de los sabores pesados a la producción de hadrones livianos está fuertemente suprimida en los procesos de colisión protón - protón y la dispersión profundamente inelástica, debido al contenido muy limitado de quarks pesados dentro del protón. Por el otro, aunque la contribución de los sabores pesados a la sección eficaz de producción de hadrones livianos en procesos de aniquilación electrón - positrón es comparable a la de los sabores livianos, hasta hace pocos años sólo se disponía de medidas experimentales de este proceso a la escala de energía de la masa del bosón Z para la que los efectos de la masa de los quarks pesados es despreciables.

BELLE y BABAR son dos experimentos recientes que proveen observaciones experimentales de gran precisión acerca de la producción de hadrones livianos en procesos de aniquilación electrón - positrón a una escala de $Q \approx 10,5$ GeV a una escala de energía próxima al umbral asociado a la masa bottom. En esta región del espacio de fase es esperable que los efectos de la masa de los partones c y

b sean importantes y deban ser consideradas para una correcta descripción de las secciones eficaces.

En este Capítulo se realiza un resumen detallado acerca de la construcción de un esquema del tipo GM-VFNS para el estudio de funciones de fragmentación de partones en hadrones livianos, siguiendo los lineamientos generales del esquema FONLL comunmente usado para la extracción de densidad de partones. Este esquema permite aprovechar de forma consistente las ventajas de la aproximación no masiva de QCD a altas energías, reteniendo al mismo tiempo las correcciones debidas a la masa de los quarks pesados. A partir de su implementación en la descripción de las secciones eficaces de producción de partones en procesos de aniquilación electrón - positrón (SIA), se mide el impacto de dichas correcciones en la descripción de las medidas provistas por las Colaboraciones BELLE y BABAR, a través de la realización de un nuevo ajuste global contruido sobre la base de aquel que fue presentado en el Capítulo 3. También se estudia cómo afecta esta modificación a la descripción del resto de los conjuntos de datos experimentales de producción de piones en procesos SIA, así como también a la de aquellos asociados a procesos de colisión protón - protón y dispersión profundamente inelástica, explicados en el contexto de un esquema del tipo ZM-VFNS.

4.2. Esquema de Masa General

Diferentes escalas de energía requieren distintas descripciones de la dinámica de los quarks pesados. Por este motivo, a la hora de realizar un análisis global en el que se manejan simultáneamente datos experimentales provenientes múltiples experimentos de dispersión realizados a energías de centro de masa distintas, se vuelve apropiado intentar contruir un esquema en el que sea posible retener los efectos de la masa de los quarks pesados cerca de sus respectivos umbrales de producción y aprovechar las ventajas del tratamiento no masivos a altas energías, interpolando entre ambos regímenes de manera suave y consistente. En el Capítulo 2 se denominó a este tipo de esquemas como esquema de masa general con número variable de sabores (GM-VFNS). A continuación, y antes de abordar los detalles intermedios, presentaremos las ideas generales para la construcción de dicho esquema que, aún cuando será presentado para la descripción de procesos de aniquilación electrón - positrón (SIA), puede ser perfectamente utilizado en el análisis de otros mecanismos de producción de hadrones livianos.

Aún así, es importante mencionar que la mayoría de los estudios acerca de la fragmentación de partones en hadrones de sabores livianos se han apoyado en la aproximación no masiva de la QCD perturbativa, suplementada con los umbrales, donde los sabores pesados se vuelven activos en el análisis, contribuyendo a las secciones eficaces y formando parte de las ecuaciones de evolución de la

QCD. Esto es lo que capítulos atrás fue denominado como esquema no masivo con número variable de sabores (ZM-VFNS). Los ZM-VFNS son los esquemas más simples para el cálculo de secciones eficaces. En particular, para computar secciones eficaces de SIA:

$$\frac{d\sigma^{\text{ZM-VFNS}}}{dz} = \sum_{i=q,g,h} \hat{\sigma}_i^{\text{ZM}}(z, Q) \otimes D_i^{\text{ZM}}(z, Q) \quad (4.1)$$

donde $\hat{\sigma}_i^{\text{ZM}}$ son las secciones eficaces de SIA a partones del tipo i , y D_i^{ZM} son las correspondientes funciones de fragmentación. \otimes representa a la convolución estándar en z entre dichas cantidades y Q es energía de centro de masa. La evolución de las funciones de fragmentación en la escala Q está gobernada según las ecuaciones de evolución no masivas de QCD para cualquier sabor i , incluyendo quarks livianos (q), quarks pesados (h) y gluones (g).

El esquema ZM-VFNS da resultados sobresalientemente buenos, tanto al NLO como NNLO, cuando se consideran escalas de energía mucho más grandes que la masa m_h de los sabores pesados activos, ésto es $Q \gg m_h$ (o equivalentemente $m_h \rightarrow 0$). Sin embargo, para energías cercanas al umbral de activación, $Q \lesssim m_h$, falla al no tener en cuenta los efectos de masa.

Alternativamente, puede utilizarse un esquema con número fijo de sabores donde los quarks pesados sean tratados como partículas masivas a (MFFNS). En este esquema, las secciones eficaces, reteniendo las masas de los quarks pesados, se escriben como

$$\frac{d\sigma^{\text{MFFNS}}}{dz} = \sum_{i=q,g} \hat{\sigma}_i^{\text{M}}(Q, m_h) \otimes D_i^{\text{M}}(Q) + \hat{\sigma}_h^{\text{M}}(Q, m_h) \otimes D_h^{\text{M}} \quad (4.2)$$

Aquí, debe tenerse en cuenta que, para simplificar la expresión, se ha omitido la dependencia en z de las secciones eficaces partónicas y las funciones de fragmentación. Por otra parte, puede notarse también que a diferencia de las funciones de fragmentación asociadas a sabores livianos $D_{q,g}^{\text{M}}(Q)$, que continúan evolucionando a través de las ecuaciones de evolución no masivas de QCD las funciones de fragmentación asociadas a sabores pesados D_h^{M} no dependen de la escala Q por permanecer desacopladas de la evolución de la QCD.

El esquema MFFNS es el apropiado para describir procesos de dispersión a escalas de energía cerca de los umbrales de activación de los sabores pesados. Sin embargo, en el límite de altas energías este esquema no converge a la Ec.(4.1), como sería esperable, debido a la presencia de contribuciones logarítmicas potencialmente grandes ($\alpha_S^k \log^k(m_h/Q)$) en las secciones eficaces partónicas $\hat{\sigma}_i^{\text{M}}$. Estas contribuciones que arruinan la convergencia de las series perturbativas en la constante de acoplamiento fuerte α_S , son resumadas en la aproximación no

masiva (ZM) a través del grupo de renormalización. De hecho, como veremos en detalle más adelante, éstas pueden factorizarse de forma sistemática según

$$\hat{\sigma}_i^M(Q, m_h) \xrightarrow{m_h \rightarrow 0} \sum_{j=q,g,h} \hat{\sigma}_j^{\text{ZM}}(Q) \otimes \mathcal{A}_{ji}(Q/m_h) \quad (4.3)$$

donde todas las contribuciones logarítmicas han quedado guardadas de el operador matricial \mathcal{A}_{ji} , independiente del proceso de interacción fuerte considerado.

A partir de la inversión del operador \mathcal{A}_{ji} , pueden construirse secciones eficaces partónicas

$$\hat{\sigma}_j^{\text{GM}}(Q, m_h) = \sum_{i=q,g,h} \hat{\sigma}_i^M(Q, m_h) \otimes \mathcal{D}_{ij}(Q/m_h) \quad (4.4)$$

con $\mathcal{D}_{ij} = \mathcal{A}_{ij}^{-1}$, que poseen el correcto comportamiento en el límite de altas energías. Con ella puede construirse un esquema del tipo GM-VFNS en el que la producción de hadrones livianos en procesos de SIA se describe a través de la sección eficaz

$$\frac{d\sigma^{\text{GM-VFNS}}}{dz} = \sum_{i=q,g,h} \hat{\sigma}_i^{\text{GM}}(Q, m_h) \otimes D_j^{\text{GM}}(Q) \quad (4.5)$$

donde las funciones de fragmentación D_j^{GM} evolucionan en la escala Q a través de las mismas ecuaciones de evolución que se utilizan en el esquema ZM-VFNS, para todos los sabores. La continuidad de la sección eficaz a través del umbral de activación de cada sabor puede garantizarse imponiendo la condición de empalme

$$D_j^{\text{GM}}(m_h) = \sum_{i=q,g,h} \mathcal{A}_{ji}(1) \otimes D_i^M(m_h) \quad (4.6)$$

que es análoga a la utilizada en el esquema FONLL, utilizado en extracción de densidades de partones.

El esquema está definido de forma tal que las secciones eficaces interpolen suavemente entre el comportamiento masivo cerca del humbral asociado a la masa de los quarks pesados y el límite no masivo deseado para $Q \gg m_h$. Sin embargo, puede observarse claramente que éste no es único. Los mismos comportamientos límite pueden satisfacerse utilizando factorizaciones alternativas que permiten resaltar distintas cualidades de las secciones eficaces. Por ejemplo, realizando la sustitución

$$\hat{\sigma}_j^{\text{GM}} \longrightarrow \hat{\sigma}_j^{\text{GM}*} = (1 - f(Q)) \hat{\sigma}_j^M + f(Q) \hat{\sigma}_j^{\text{GM}} \quad (4.7)$$

en la Ec.(4.4), utilizando una función $f(Q)$ que se anula sobre el umbral de activación del sabor pesado $f(m_h) = 0$ y que tiende monótonamente a 1 para

$Q \gg m_h$, como puede ser $f(Q) = 1 - 2m_h/Q$, uno puede retardar la convergencia al límite de masa cero. Alternativamente,

$$\hat{\sigma}_j^{\text{GM}} \longrightarrow \hat{\sigma}_j^{\text{GM}*} = (1 - f(Q)) \hat{\sigma}_j^{\text{GM}} + f(Q) \hat{\sigma}_j^{\text{ZM}} \quad (4.8)$$

permite acelerar la convergencia al comportamiento no masivo, reduciendo el impacto de los efectos de masa. Cualquiera sea la opción que mejor describa el comportamiento real de las secciones eficaces, se debe tener presente que si bien el esquema GM-VFNS introduce algunas correcciones aún a la escala de energía de la masa del bosón Z , los efectos de dichas correcciones son significativos a escalas cercanas al umbral asociado a la masa de los quarks pesados.

4.3. Cálculo de secciones eficaces partónicas sustraídas

Los cálculos de secciones eficaces en un esquema con número fijo de sabores donde los quarks pesados son tratados como partículas masivas (MFFNS) producen resultados confiables cuando la masa m_h de dichas partículas es comparable a la escala de energía Q del proceso que se busca describir. Sin embargo, cuando éste no es el caso, surgen contribuciones logarítmicas del tipo $\log(m_h/Q)$ que afectan la validez de la teoría de perturbaciones a orden fijo.

Uno podría esperar que al sustraer los términos proporcionales a estos grandes logaritmos, las secciones eficaces masivas se aproximen, en el límite $Q \gg m_h$, a las correspondientes calculadas en un esquema ZM-VFNS. Sin embargo, esto no es cierto pues difieren en términos finitos de orden $\mathcal{O}(\alpha_S)$, que dependen del procedimiento de regularización. Mele y Nason [72, 77] demostraron que, en el caso de la producción de quarks pesados en procesos SIA ($e^+e^- \rightarrow h\bar{h}g$), estos términos finitos, que emergen de la teoría masiva en el límite $m_h \rightarrow 0$, pueden ser generados convolucionando las secciones eficaces calculadas en el modelo de partones no masivo con factorización en el esquema de $\overline{\text{MS}}$ con funciones $\mathcal{A}_{ij}(x, \mu)$. Éstas son de alguna manera “funciones de fragmentación partónica” que describen la transición de quarks de sabor h no masivos a uno masivo de la misma especie.

Si la interpretación de estos términos finitos como funciones de fragmentación partónicas es correcta, entonces $\mathcal{A}_{hh}(x, \mu)$ debe ser independiente del proceso considerado y puede entonces ser usada para calcular secciones eficaces de producción de hadrones pesado en cualquier otro proceso. La universalidad de $\mathcal{D}_{hh}(x, \mu)$ fue confirmada en el análisis de los procesos $\gamma^*h \rightarrow hg$ [64, 65], $\gamma\gamma \rightarrow h\bar{h}g$ [59] y $gg \rightarrow h\bar{h}g$ [58] y, posteriormente, establecida de modo general

por Cacciari y Catani en la Ref. [28]. Aún más, se han desarrollado derivaciones, independientes del proceso, de distintas funciones de fragmentación a orden $\mathcal{O}(\alpha_S)$ en la Ref. [70] y a orden $\mathcal{O}(\alpha_S^2)$ en las Ref. [73, 74].

Las funciones de fragmentación partónicas pueden utilizarse de diversas maneras [29, 30, 31]. Sin embargo, la forma más simple de conectar secciones eficaces partónicas masivas calculadas en el esquema MFFNS con las correspondientes secciones eficaces no masivas, en un esquema con factorización $\overline{\text{MS}}$, es sustrayendo de la teoría masiva los términos proporcionales a las funciones de fragmentación partónicas que generan una diferencia entre dichas secciones eficaces, en el límite $Q \gg m_h$.

De manera general, el procedimiento que se siguió puede esquematizarse como sigue:

1. Determinar el límite $m_h \rightarrow 0$ de las secciones eficaces $\hat{\sigma}_j^M(Q, m_h)$ de procesos partónicos calculadas en un esquema MFFNS, donde se retiene a m_h como un regulador natural de las divergencias colineales asociadas a los quarks pesados. Se supone que ya se han sustraído en $\hat{\sigma}_j^M$ las divergencias colineales asociadas a los quarks livianos y los gluones en el esquema $\overline{\text{MS}}$. Dicho límite debe ser tratado cuidadosamente en el sentido de las distribuciones. El resultado, $\lim_{m_h \rightarrow 0} \hat{\sigma}_j^M(Q, m_h)$, contiene logaritmos singulares de m_h^2 .
2. Comparar el límite anterior con las correspondientes secciones eficaces partónicas calculadas en un esquema ZM-VFNS, donde todos los quarks son tratados como no masivos, para identificar los términos de sustracción correctos. Ésto es

$$\hat{\sigma}_j^{\text{sub}}(Q) = \lim_{m_h \rightarrow 0} \hat{\sigma}_j^M(Q, m_h) - \hat{\sigma}_j^{\text{ZM}}(Q) \quad (4.9)$$

3. Las secciones eficaces partónicas deseables se construyen quitando los términos de sustracción de las secciones eficaces $\hat{\sigma}_j^M(Q, m_h)$:

$$\hat{\sigma}_j^{\text{GM}}(Q, m_h) = \hat{\sigma}_j^M(Q, m_h) - \hat{\sigma}_j^{\text{sub}}(Q) \quad (4.10)$$

De esta manera, los logaritmos $\log(m_h^2)$ son sustraídos de las secciones eficaces en $\hat{\sigma}_j^M(Q, m_h)$ junto con términos finitos independientes de m_h , reteniendo en $\hat{\sigma}_j^{\text{GM}}(Q, m_h)$ la dependencia no singular completa en la masa de los quarks pesados de $\hat{\sigma}_j^M(Q, m_h)$.

Este procedimiento fue puesto a prueba con éxito en la descripción de los procesos $\gamma\gamma \rightarrow D^* + X$ [59, 60], $\gamma p \rightarrow D^* + X$ [61] y $p\bar{p} \rightarrow D^* + X$ [58].

4.4. Procesos aniquilación - positrón a hadrones

La aniquilación electrón - positrón (SIA) a hadrones inclusiva es uno de los procesos más adecuados para la extracción de funciones de fragmentación a partir de datos experimentales. Además de que su señal de fondo tiene menos contribuciones que en el resto de los procesos, como la colisión de hadrones, en la aniquilación electrón - positrón se tiene la ventaja de que no se debe lidiar con la incerteza introducida con el uso de las densidades de partones.

En el sistema del centro de masa del sistema $e^+ - e^-$, la sección eficaz de producción inclusiva de hadrones del tipo H en procesos SIA intermediada por un fotón (γ) o un bosón Z

$$e^+ + e^- \xrightarrow{\gamma, Z} H + X \quad (4.11)$$

donde X representa a los estados finales residuales que no son observados, depende únicamente de dos variables: el ángulo θ que orienta a H respecto de la dirección en que ocurre la interacción entre el electrón y el positrón, y $x = 2E/Q$, siendo E representa la energía del hadrón en el estado final y Q la energía de centro de masa. La variable x representa la fracción de la energía de centro de masa que es transportada por el hadrón en el estado final. Considerando que, en cualquier caso, el mediador de la interacción es un bosón de spin 1, la forma general de la sección eficaz (Sección 20.1 en [79]) viene dada por:

$$\frac{d^2\sigma}{dz d\cos\theta} = \frac{3}{8}(1 + \cos^2\theta) \frac{d\sigma^1}{dz} + \frac{3}{4}(\sin^2\theta) \frac{d\sigma^L}{dz} + \frac{3}{4}(\cos\theta) \frac{d\sigma^A}{dz} \quad (4.12)$$

Estos tres términos corresponden a las contribuciones transversal, longitudinal y asimétrica, respectivamente. Las partes transversal y longitudinal están normalizadas de forma tal que:

$$\frac{d\sigma}{dz} = \int_{-1}^1 d\cos\theta \frac{d^2\sigma}{dz d\cos\theta} = \frac{d\sigma^1}{dz} + \frac{d\sigma^L}{dz} \quad (4.13)$$

Recordemos que los teoremas de factorización, permiten expresar las secciones eficaces $d\sigma^P/dx$ en términos de secciones eficaces partónicas $\hat{\sigma}_i^P(y, \mu, \mu')$, donde i es un índice que recorre los distintos tipos de partones activos, y es la fracción de energía de centro de masa que transporta el partón i y, μ y μ' representan las escalas de renormalización de las divergencias ultravioletas y factorización de las divergencias colineales, respectivamente. De esta manera,

$$\frac{d\sigma^P}{dz} = \sum_i \int_{y_{\min}}^{y_{\max}} \frac{dy}{y} \hat{\sigma}_i^P(y, \mu, \mu') D_i^H\left(\frac{z}{y}, \mu'\right) \quad (4.14)$$

donde los límites de integración y_{\min} y y_{\max} dependen, como veremos más adelante, de si los quarks son tratados como masivos o como no masivos. A diferencia de la expresión de la sección eficaz dada en la Ec.(3.2), organizada en función de la polarización del bosón producido tras la aniquilación del electrón y el positrón, aquí se opta por ordenar la sección eficaz en términos de los distintos tipos de partones. Este ordenamiento resulta más conveniente a la hora de implementar el esquema GM-VFNS.

Finalmente, se debe mencionar que, en la práctica, los cálculos de las secciones eficaces partónicas se realizan considerando $\mu = \mu' = Q$. De esta manera, los términos proporcionales a $\log Q^2/\mu'^2$ se anulan simplificando las expresiones de la sección eficaz.

4.4.1. Cinemática y espacio de fase de la fragmentación de partones masivos

Antes de presentar las secciones eficaces partónicas resulta necesario hacer algunos comentarios acerca del espacio de fase donde realizaremos las integrales en la fracción del impulso disponible y llevado por el partón. Los procesos de fragmentación son complejos no sólo por el gran número de partículas que intervienen (gluones soft) sino también por su carácter altamente no perturbativo. Sin embargo, en primera aproximación, podríamos pensarlo como un “decaimiento” $a \rightarrow H + X$ de un quark a , de masa m_a , donde H representa al hadrón (de masa M_H) detectado en el estado final y X al sistema hadrónico que acompaña a H . El sistema hadrónico puede ser tratado como un objeto único con una masa invariante M_X , que puede tomar algún valor en el rango $0 < M_X < m_a - M_H$.

En principio, en esta visión del proceso de fragmentación donde es creado H , se requiere que a tenga una virtualidad p_a^2 mayor a M_H^2 . Sin embargo, en el modelo de partones, los partones producidos son tratados como partículas reales, es decir, con sus momentos en la capa de masa. De esta manera, se volvería necesario que $m_a > M_H$.

Realizando una transformación de Lorentz desde el centro de masa del decaimiento que nos lleve al centro de masa de la aniquilación electrón - positrón, puede observarse que la fracción de impulso z de centro de masa del hadrón H toma valores entre:

$$\frac{2M_H^2}{m_a^2 + M_H^2} y < z < \frac{(m_a^2 + M_H^2) y + (m_a^2 - M_H^2) \sqrt{y^2 - \rho}}{2m_a^2} \quad (4.15)$$

siendo $\rho = 4m_a^2/Q^2$. La fracción de impulso de centro de masa y del partón a

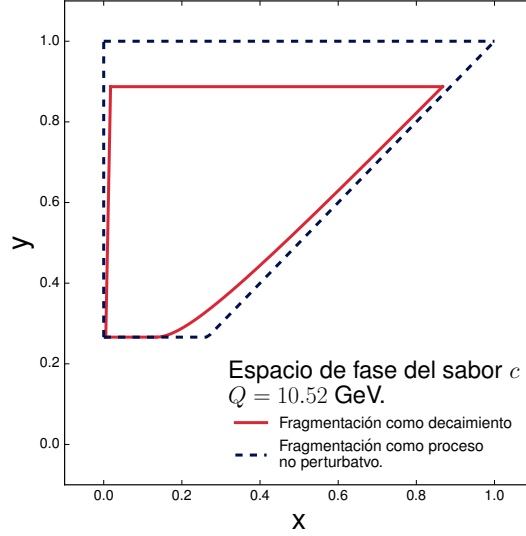


Figura 4.1: Proyección del espacio de fase del proceso de fragmentación de un quark de sabor *charm*, para $Q^2 = 10,52 \text{ GeV}$. La línea continua representa los límites de espacio de fase correspondiente considerar la fragmentación como un procesos de decaimiento; la línea discontinua describe la frontera del espacio de la hadronización entendida como un procesos no perturbativo.

toma valores en el intervalo:

$$\sqrt{\rho} < y < \frac{Q^2 + 2m_a^2 - 2Q m_a}{Q^2 - m_a Q} \quad (4.16)$$

Bajo estas condiciones, el espacio de fase de la fragmentación del partón a corresponde a la región encerrada por la curva continua de la Fig.4.1, excluyendo el rango de valores de $0 < x < 0,25$, con $x = z/y$, que corresponde, según los resultados de todos los análisis globales, a la región de máxima probabilidad de fragmentación del sabor c . Pero aún más, esta descripción excluye la posibilidad de que ocurran transiciones $a \rightarrow \pi^0$, para las que no se satisface la condición $p_a^2 > M_H^2$, si los partones son tratados como partículas on-shell. Uno puede escapar a estos problemas considerando la hipótesis de que el sistema hadrónico, creado por la fragmentación del partón a , no sólo recibe color del resto del evento (que incluye también la hadronización del resto de los partones creados), sino también energía y momento. De esta manera, la energía y el momento del hadrón ya no están directamente vinculados con los del partón fragmentante a . H podría transferir toda su energía cinética al resto del sistema hadrónico que lo acompaña, alcanzando valores de la fracción de impulso de centro de masa incluso inferiores a los de la fracción de impulso y del partón a . Similarmente, éste podría absorber

energía e impulso del resto del proceso alcanzando la máxima fracción de impulso posible $y = 1$. Así como también, absorbiendo energía e impulso del partón del resto del evento podría crearse el hadrón H , aunque $m_a < M_H$. En ese sentido, la región accesible (z, y) puede ampliarse maximalmente a la región delimitada por la curva punteada (ver Fig.4.1), definida por las condiciones

$$\begin{aligned} \sqrt{\rho_H} < z < 1 \\ \text{Max}(\sqrt{\rho}, z) < y < 1 \end{aligned} \quad (4.17)$$

con $\rho_H = 4M_H^2/Q^2$, dentro de la cual las secciones eficaces aún son funciones reales.

Siguiendo un razonamiento similar es simple advertir que en caso de que el proceso de fragmentación sea iniciado por un gluón en presencia de dos partones de masa m_a , como puede ser un par quark - antiquark, el espacio de fase del proceso se encuentra delimitado por las condiciones

$$\begin{aligned} \sqrt{\rho_H} < z < 1 \\ z < y < \rho \end{aligned} \quad (4.18)$$

Es importante notar que en ambas definiciones se conserva la condición $y > \rho = 2m_a/Q$ necesaria para producir partones reales con masa m_a y que, para $m_a = 0$, en los dos casos se obtiene la región correspondiente al espacio de fase usada en los cálculos realizados en esquemas ZM-VFNS.

4.4.2. Secciones eficaces partónicas no masivas

Los ladrillos fundamentales de las secciones eficaces partónicas en un esquema en el que las masas de todos los quarks son consideradas como nulas, se escriben en términos de las funciones coeficiente [42]

$$\begin{aligned} C_q^1(y) = C_F \left[(1+y^2) \left(\frac{\ln(1-y)}{1-y} \right)_+ - \frac{3}{2} \frac{1}{(1-y)_+} \right. \\ \left. + 2 \frac{1+y^2}{1-y} \ln y + \frac{3}{2}(1-y) + \left(\frac{2}{3}\pi^2 - \frac{9}{2} \right) \delta(1-y) \right] \end{aligned} \quad (4.19)$$

$$C_g^1(y) = 2 C_F \left[\frac{1+(1-y)^2}{y} \ln(y^2(1-y)) - 2 \frac{1-y}{y} \right] \quad (4.20)$$

$$C_q^L(y) = C_F \quad (4.21)$$

$$C_g^L(y) = 4 C_F \frac{(1-y)}{y} \quad (4.22)$$

que fueron introducidas previamente en la Ec.(3.4). Aquí, $C_F = (N_c^2 - 1)/(2N_c) = 4/3$ y el subíndice $+$ hace referencia a la definición usual de las *distribuciones*

más. De ésta manera, la sección eficaz simplemente inclusiva de producción de un quark o antiquark del tipo q mediante la aniquilación de un par electrón - positrón, a NLO, tiene la estructura

$$\hat{\sigma}_q^{\text{ZM}}(y, Q^2) = \hat{\sigma}_q^{\text{ZM}(0)}(y, Q^2) + \frac{\alpha_S(Q^2)}{2\pi} \hat{\sigma}_q^{\text{ZM}(1)}(y, Q^2) + \mathcal{O}(\alpha_S^2) \quad (4.23)$$

donde

$$\hat{\sigma}_q^{\text{ZM}(0)}(y, Q^2) = N_c \sigma_0 (V_q^2 + A_q^2) \delta(1 - x) \quad (4.24)$$

$$\hat{\sigma}_q^{\text{ZM}(1)}(y, Q^2) = N_c \sigma_0 (V_q^2 + A_q^2) \{C_q^1(y) + C_q^L(y)\} \quad (4.25)$$

Análogamente, la producción del hadrón H puede ocurrir a través de la fragmentación de un gluón. La sección eficaz partónica de producción de gluones en presencia de un par quark - antiquark del tipo q , tiene contribuciones no nulas a partir del orden $\mathcal{O}(\alpha_S)$ de modo que puede escribirse como

$$\hat{\sigma}_{g,n_f}^{\text{ZM}}(y, Q^2) = \frac{\alpha_S(Q^2)}{2\pi} \hat{\sigma}_{g,n_f}^{\text{ZM}(1)}(y, Q^2) + \mathcal{O}(\alpha_S^2) \quad (4.26)$$

donde

$$\hat{\sigma}_{g,n_f}^{\text{ZM}(1)}(y, Q^2) = 2N_c \sigma_0 \sum_{q=1}^{n_f} (V_q^2 + A_q^2) [C_g^1(y) + C_g^L(y)] \quad (4.27)$$

En los procesos de aniquilación electrón - positrón, los gluones en el estado final son radiados por un quark o un antiquark de cualquier sabor. Por esta razón, se suma sobre los distintos sabores q activos. El número n_f de sabores incluidos en esta suma, recordando las características de los esquemas ZM-VFNS presentado en el Capítulo 2, depende de la escala de energía Q .

Como la función $C_g(y) < 0$ para cualquiera valor de y , los gluones contribuyen destructivamente a la sección eficaz $d\sigma/dx$ de producción de hadrones H . Ésto no resulta absurdo siempre y cuando la sección eficaz total sea positiva.

Finalmente, resulta importante mencionar que bajo la hipótesis de quarks no masivos, los límites de integración en la fracción de impulso y se reducen a $y_{\min} = z$ y $y_{\max} = 1$, con $\sqrt{\rho_H} < z < 1$. Así, a partir de la Ec.(4.14), la sección eficaz de producción de hadrones del tipo H en procesos SIA en el esquema ZM-VFNS se escribe como

$$\frac{d\sigma^{\text{ZM-VFNS}}}{dz} = \sum_{q=1}^{n_f} \int_z^1 \frac{dy}{y} \hat{\sigma}_q^{\text{ZM}}(y, Q^2) D_{q+\bar{q}}^{H,\text{ZM}}\left(\frac{z}{y}, Q^2\right) + \quad (4.28)$$

$$+ \int_z^1 \frac{dy}{y} \hat{\sigma}_{g,n_f}^{\text{ZM}}(y, Q^2) D_g^{H,\text{ZM}}\left(\frac{z}{y}, Q^2\right) \quad (4.29)$$

donde hemos introducido la notación $D_{q+\bar{q}}^{H,\text{ZM}} = D_q^{H,\text{ZM}} + D_{\bar{q}}^{H,\text{ZM}}$.

4.4.3. Secciones eficaces partónicas masivas

La secciones eficaces partónicas al orden NLO con quarks masivos h se adoptan para los quarks en el estado final la definición de partícula en capa de masa. Algunos de los diagramas que se incluyen en este cálculo están representados en la Figura 4.2. Los correcciones de masa finita son generalmente del orden m_h^2/Q^2 y, por lo tanto, son apreciables para escalas de energía de centro de masa del orden de la masa de los quarks, genéricamente representada como m_h .

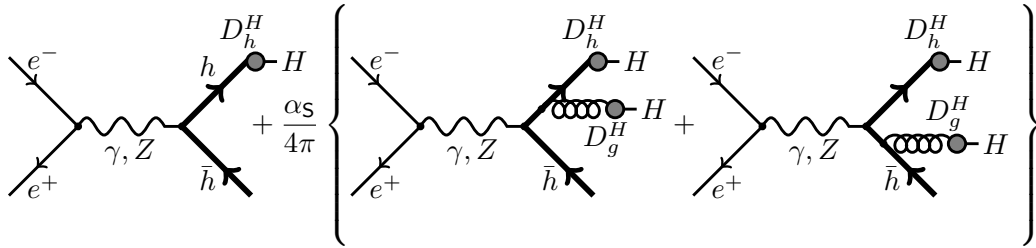


Figura 4.2: Representación de los diagramas tipo árbol que contribuyen a las secciones eficaces $\hat{\sigma}_h^M$ y $\hat{\sigma}_g^M$. Las líneas delgadas refieren a partículas con masa nula; las líneas gruesas refieren a las partones de sabores pesados. Los diagramas con loops no han sido incluidos.

La sección eficaz partónica de producción de un quark o un antiquark de sabor pesado h en procesos de aniquilación electrón - positrón se escribe según

$$\hat{\sigma}_h^M(y, Q^2, m_h) = \hat{\sigma}_h^{M(0)}(y, Q^2, m_h) + \frac{\alpha_S(Q^2)}{2\pi} \hat{\sigma}_h^{M(1)}(y, Q^2, m_h) + \mathcal{O}(\alpha_S^2) \quad (4.30)$$

Las expresiones de los primeros términos de la serie perturbativa en $\hat{\sigma}_h^M$ [56] vienen dados por

$$\hat{\sigma}_h^{M(0)}(y, Q^2, m_h) = N_c \sigma_0 \delta(1-y) \sum_{P=1,L} \left[V_h^2 B_P^{(v)}(\rho) + A_h^2 B_P^{(a)}(\rho) \right] \quad (4.31)$$

$$\begin{aligned} \hat{\sigma}_h^{M(1)}(y, Q^2, m_h) = N_c \sigma_0 \sum_{P=1,L} \left[\delta(1-y) \left(V_h^2 S_P^{(v)}(\rho) + A_h^2 S_P^{(a)}(\rho) \right) + \right. \\ \left. + \left\{ \frac{1}{1-y} \right\}_+ \left(V_h^2 R_P^{(v)}(y, \rho) + A_h^2 R_P^{(a)}(y, \rho) \right) \right] \quad (4.32) \end{aligned}$$

donde $\rho = 4m_h^2/Q^2$, y donde A_h^2 y V_h^2 son las cargas electrodébiles efectivas del sabor pesado h , definidas en el Apéndice A. Las expresiones de las funciones $B_P^{(u)}$, $S_P^{(u)}$ y $R_P^{(u)}$ pueden ser encontradas en B. En forma similar a la Ec.(4.26), la sección eficaz partónica inclusiva de producción de un gluón en presencia de

un par $h - \bar{h}$ en el estado final [56] tiene la estructura:

$$\hat{\sigma}_g^M(y, Q^2, m_h) = \frac{\alpha_S(Q^2)}{2\pi} \hat{\sigma}_g^{M(1)}(y, Q^2, m_h) + \mathcal{O}(\alpha_S^2) \quad (4.33)$$

donde

$$\hat{\sigma}_g^{M(1)}(y, Q^2, m_h) = N_c \sigma_0 \sum_{P=1,L} \left[V_h^2 G_P^{(v)}(y, \rho) + A_h^2 G_P^{(a)}(y, \rho) \right] \quad (4.34)$$

Las funciones $G_P^{(u)}$ pueden encontrarse también en el Apéndice B.

Resulta interesante notar que en el caso de quarks masivos, la dependencia en la escala de factorización μ' es reemplazada por m_h . Esto responde al hecho de que, al considerar los quarks como masivos, no se ponen de manifiesto divergencias colineales que debían ser regularizadas en las secciones eficaces no masivas.

En este caso, en que los quarks son tratados como masivos, la variable y toma valores en el rango $\text{Max}(\sqrt{\rho}, z) < y < 1$ para el que el partón fragmentante es un quark. Mientras que si el partón fragmentante es un gluón en compañía de un par quark - antiquark masivos, encontramos que $z < y < \beta^2$, donde hemos definido la cantidad $\beta = \sqrt{1-\rho}$. En ambos casos, la fracción de impulso de centro de masa del hadrón toma valores en el intervalo $\sqrt{\rho_H} < z < 1$.

A partir de estos resultado, en un esquema MFFNS con $n_f = n_l + 1$ sabor activos, donde sólo uno de ellos corresponde a un sabor pesado y los n_l restantes a sabores livianos, la sección eficaz de producción de hadrones H se escribe como sigue:

$$\begin{aligned} \frac{d\sigma}{dz}^{\text{MFFNS}} &= \sum_{q=1}^{n_l} \int_z^1 \frac{dy}{y} \hat{\sigma}_q^M(y, Q^2) D_{q+\bar{q}}^{H,M} \left(\frac{z}{y}, Q^2 \right) + \\ &\quad + \int_z^1 \frac{dy}{y} \hat{\sigma}_h^M(y, Q^2, m_h) D_{h+\bar{h}}^{H,M} \left(\frac{z}{y} \right) + \\ &\quad + \int_z^1 \frac{dy}{y} \hat{\sigma}_{g,n_f}^M(y, Q^2, m_h) D_g^{H,M} \left(\frac{z}{y}, Q^2 \right) \end{aligned} \quad (4.35)$$

donde, a orden $\mathcal{O}(\alpha_S)$, las secciones eficaces partónicas de quarks de sabor livianos y gluones en el esquema MFFNS vienen dadas por

$$\hat{\sigma}_q^M(y, Q^2) = \hat{\sigma}_q^{\text{ZM}}(y, Q^2) + \mathcal{O}(\alpha_S^2) \quad (4.36)$$

$$\hat{\sigma}_{g,n_f}^M(y, Q^2, m_h) = \hat{\sigma}_{g,n_l}^{\text{ZM}}(y, Q^2) + \hat{\sigma}_g^M(y, Q^2, m_h) \Theta(\rho - y) + \mathcal{O}(\alpha_S^2) \quad (4.37)$$

La función escalón de Heaviside Θ es utilizada simplemente para ajustar adecuadamente los límites de integración. Para uniformizar los límites de integración de

todos los términos se ha redefinido $\hat{\sigma}^M$ multiplicando el miembro derecho de las ecuaciones Ec.(4.31) y Ec.(4.32) por $\Theta(y - \sqrt{\rho})$. Finalmente, resulta importante destacar que $\hat{\sigma}_{g,n_l}^{ZM}$ se calcula a través de la Ec.(4.26), sumando sólo sobre los n_l sabores livianos.

4.4.4. Límite no masivo de las secciones eficaces

A fin de construir los términos de sustracción correctos que deben incluirse en el GM-VFNS para asegurar que éste se empalme con el esquema ZM-VFNS en el límite de altas energías $Q \gg m_h$, se necesita tomar el límite $m_h \rightarrow 0$ de las secciones eficaces $\hat{\sigma}_{h,g}^{M,P}$ que dependen de m_h a través de la variable ρ . De esta manera, el límite de altas energías resulta equivalente a considerar $\rho \rightarrow 0$. Así, a partir de los resultados del Apéndice C, es fácil demostrar que en dicho límite se encuentra:

$$\lim_{\rho \rightarrow 0} \hat{\sigma}_h^{M(0)}(y, Q^2, m_h) = \hat{\sigma}_h^{ZM(0)}(y, Q^2) \quad (4.38)$$

$$\begin{aligned} \lim_{\rho \rightarrow 0} \hat{\sigma}_h^{M(1)}(y, Q^2, m_h) &= \hat{\sigma}_h^{ZM(1)}(y, Q^2) + \\ &+ \int_y^1 \frac{dw}{w} \hat{\sigma}_g^{ZM(0)}(w, Q^2) \mathcal{A}_{hh}^{(1)}\left(\frac{y}{w}, \frac{Q}{m_h}\right) \end{aligned} \quad (4.39)$$

donde la función $\mathcal{A}_{hh}^{(1)}$

$$\begin{aligned} \mathcal{A}_{hh}^{(1)}\left(x, \frac{Q^2}{m_h^2}\right) &= P_{qq}^{(0)}(x) \ln \frac{Q^2}{m_h^2} + C_F(1+x^2) \left[\delta(1-x) + \right. \\ &\quad \left. - \left\{ \frac{1}{1-x} \right\}_+ - 2 \left\{ \frac{\ln(1-x)}{1-x} \right\}_+ \right] \end{aligned} \quad (4.40)$$

es la contribución de orden $\mathcal{O}(\alpha_S)$ del elemento de matriz \mathcal{A}_{hh} del operador introducido en la Ec.(4.3) que permite factorizar las contribuciones logarítmicas de las secciones eficaces partónicas. $P_{qq}^{(0)}(x)$ es la contribución dominante de uno de los núcleos de Altarelli - Parisi, expresados en la Sección 3.4.1. Explícitamente, \mathcal{A}_{hh} viene dado por las expresión:

$$\mathcal{A}_{hh}\left(x, \frac{Q^2}{m_h^2}\right) = \delta(1-x) + \frac{\alpha_S(Q^2)}{2\pi} \mathcal{A}_{hh}^{(1)}\left(x, \frac{Q^2}{m_h^2}\right) + \mathcal{O}(\alpha_S^2) \quad (4.41)$$

El resto de los elementos de matriz \mathcal{A}_{qh} y \mathcal{A}_{gh} son de orden $\mathcal{O}(\alpha_S^2)$ por lo que la Ec.(4.3), para $i = h$, resulta

$$\hat{\sigma}_h^{M(0)}(y, Q^2, m_h) \xrightarrow{m_h \rightarrow 0} \int_0^1 \frac{dw}{w} \hat{\sigma}_g^{ZM}(w, Q^2) \mathcal{A}_{hh}\left(\frac{y}{w}, \frac{Q^2}{m_h^2}\right) + \mathcal{O}(\alpha_S^2) \quad (4.42)$$

De forma similar, tomando el límite $\rho \rightarrow 0$ sobre la Ec.(4.34) puede observarse que

$$\lim_{\rho \rightarrow 0} \hat{\sigma}_g^{M(1)}(y, Q^2, m_h) = \hat{\sigma}_g^{ZM(1)}(y, Q^2) + \int_y^1 \frac{dw}{w} \hat{\sigma}_h^{ZM(0)}(w, Q^2) \mathcal{A}_{hg}^{(1)}\left(\frac{y}{w}, \frac{Q}{m_h}\right) = \quad (4.43)$$

$$= \int_y^1 \frac{dw}{w} \hat{\sigma}_g^{ZM(1)}(w, Q^2) \delta\left(1 - \frac{y}{w}\right) + \int_y^1 \frac{dw}{w} \hat{\sigma}_h^{ZM(0)}(w, Q^2) \mathcal{A}_{hg}^{(1)}\left(\frac{y}{w}, \frac{Q}{m_h}\right) \quad (4.44)$$

donde la función $\mathcal{A}_{hg}^{(1)}$ viene dada por la expresión:

$$\mathcal{A}_{hg}^{(1)}\left(x, \frac{Q^2}{m_h^2}\right) = P_{gq}^{(0)}(x) \ln \frac{Q^2}{m^2} - 2C_F(2 \ln x + 1) \quad (4.45)$$

donde, como antes, $P_{gq}^{(0)}(x)$ es la contribución dominante de uno de los núcleos de Altarelli - Parisi, la Sección 3.4.1. Desarrollando perturbativamente la Ec.(4.34) para $i = g$, puede observarse que

$$\mathcal{A}_{hg}\left(x, \frac{Q^2}{m_h^2}\right) = \frac{\alpha_S(Q^2)}{2\pi} \mathcal{A}_{hg}^{(1)}\left(x, \frac{Q^2}{m_h^2}\right) + \mathcal{O}(\alpha_S^2) \quad (4.46)$$

$$\mathcal{A}_{gg}\left(x, \frac{Q^2}{m_h^2}\right) = \delta(1 - x) + \mathcal{O}(\alpha_S^2) \quad (4.47)$$

mientras que el elemento de matriz \mathcal{A}_{qq} recibe contribuciones a partir del orden $\mathcal{O}(\alpha_S^2)$. Por último, notando que $\hat{\sigma}_q^M = \hat{\sigma}_q^{ZM} + \mathcal{O}(\alpha_S^2)$, puede advertirse inmediatamente que

$$\mathcal{A}_{qq}\left(x, \frac{Q^2}{m_h^2}\right) = \delta(1 - x) + \mathcal{O}(\alpha_S^2) \quad (4.48)$$

mientras que los elementos de matriz \mathcal{A}_{qh} y \mathcal{A}_{qg} son todos de orden $\mathcal{O}(\alpha_S^2)$, para cualquier sabor liviano q .

4.5. Secciones eficaces partónicas en el esquema GM-VFNS

Las secciones eficaces sustraídas $\hat{\sigma}_i^{\text{GM}}$ fueron definidas en la Sección 4.3 a través de la Ec.(4.4). Sin embargo, esta definición requiere del conocimiento

del operador matricial \mathcal{D}_{ij} , que se construye invirtiendo orden a orden el operador \mathcal{A}_{ij} . Entonces, a partir de las ecuaciones Ec.(4.41), Ec.(4.46), Ec.(4.47), Ec.(4.48) y teniendo en cuenta que los restantes elementos de matriz son de orden $\mathcal{O}(\alpha_S^2)$, se tiene

$$\mathcal{D}_{qq} \left(x, \frac{Q^2}{m_h^2} \right) = \delta(1-x) + \mathcal{O}(\alpha_S^2) \quad (4.49)$$

$$\mathcal{D}_{hh} \left(x, \frac{Q^2}{m_h^2} \right) = \delta(1-x) - \frac{\alpha_S(Q^2)}{2\pi} \mathcal{A}_{hh}^{(1)} \left(x, \frac{Q^2}{m_h^2} \right) + \mathcal{O}(\alpha_S^2) \quad (4.50)$$

$$\mathcal{D}_{hg} \left(x, \frac{Q^2}{m_h^2} \right) = -\frac{\alpha_S(Q^2)}{2\pi} \mathcal{A}_{hg}^{(1)} \left(x, \frac{Q^2}{m_h^2} \right) + \mathcal{O}(\alpha_S^2) \quad (4.51)$$

$$\mathcal{D}_{gg} \left(x, \frac{Q^2}{m_h^2} \right) = \delta(1-x) + \mathcal{O}(\alpha_S^2) \quad (4.52)$$

cualquiera sea el sabor liviano q . Además, se tiene que los restantes elementos de matriz \mathcal{D}_{qq} , \mathcal{D}_{qh} , \mathcal{D}_{gq} , \mathcal{D}_{gh} y \mathcal{D}_{hq} son cantidades de orden $\mathcal{O}(\alpha_S^2)$.

A partir de las ecuaciones Ec.(4.4), Ec.(4.49 - 4.52) y la secciones eficaces de producción de partones definidas en el esquema MFFNS, definidas en la Sección 4.4.3, se tiene

$$\hat{\sigma}_q^{\text{GM}}(y, Q^2, m_h) = \hat{\sigma}_q^{\text{M}}(y, Q^2) + \mathcal{O}(\alpha_S^2) = \hat{\sigma}_q^{\text{ZM}}(y, Q^2) + \mathcal{O}(\alpha_S^2) \quad (4.53)$$

$$\begin{aligned} \hat{\sigma}_h^{\text{GM}}(y, Q^2, m_h) &= \hat{\sigma}_h^{\text{M}}(y, Q^2, m_h) + \\ &- \int_y^1 \frac{dw}{w} \hat{\sigma}_h^{\text{M}(0)}(w, Q^2, m_h) \mathcal{A}_{hh}^{(1)} \left(\frac{y}{w}, \frac{Q}{m_h} \right) + \mathcal{O}(\alpha_S^2) \end{aligned} \quad (4.54)$$

$$\begin{aligned} \hat{\sigma}_g^{\text{GM}}(y, Q^2, m_h) &= \hat{\sigma}_g^{\text{M}}(y, Q^2, m_h) + \\ &- \int_y^1 \frac{dw}{w} \hat{\sigma}_h^{\text{M}(0)}(w, Q^2, m_h) \mathcal{A}_{hg}^{(1)} \left(\frac{y}{w}, \frac{Q}{m_h} \right) + \mathcal{O}(\alpha_S^2) \end{aligned} \quad (4.55)$$

Tenemos entonces todos los elementos que la teoría de perturbaciones puede aportar para escribir la sección eficaz de producción de hadrones del tipo H en procesos SIA en el esquema GM-VFNS como sigue

$$\begin{aligned} \frac{d\sigma}{dz}^{\text{GM-VFNS}} &= \sum_{q=1}^{n_l} \int_z^1 \frac{dy}{y} \hat{\sigma}_q^{\text{GM}}(y, Q^2) D_{q+\bar{q}}^{H,\text{GM}} \left(\frac{z}{y}, Q^2 \right) + \\ &+ \int_z^1 \frac{dy}{y} \hat{\sigma}_h^{\text{GM}}(y, Q^2, m_h) D_{h+\bar{h}}^{H,\text{GM}} \left(\frac{z}{y}, Q^2 \right) + \\ &+ \int_z^1 \frac{dy}{y} \hat{\sigma}_{g,n_f}^{\text{GM}}(y, Q^2, m_h) D_g^{H,\text{GM}} \left(\frac{z}{y}, Q^2 \right) \end{aligned} \quad (4.56)$$

Las funciones de fragmentación $D_i^{H,GM}$ son obviamente cantidades no perturbativas y para conocerlas se debe realizar un análisis global de QCD. Además, la Ec.(4.56) permite establecer una relación entre las funciones $D_i^{H,GM}$ y aquellas funciones de fragmentación $D_i^{H,M}$, definidas en el esquema MFFNS a través de la Ec.(4.35). Para ello se deben reemplazar las ecuaciones Ecs.(4.53-4.55) en la Ec.(4.56) para obtener:

$$D_q^{H,GM}(z, Q^2) = D_q^{H,M}(z, Q^2) + \mathcal{O}(\alpha_S^2) \quad (4.57)$$

$$D_h^{H,GM}(z, Q^2) = D_h^{H,M}(z, Q^2) + \int_z^1 \frac{dy}{y} D_h^{H,M}(y) \mathcal{A}_{hh}^{(1)}\left(\frac{z}{y}, \frac{Q}{m_h}\right) + \int_z^1 \frac{dy}{y} D_g^{H,M}(y, Q^2) \mathcal{A}_{hg}^{(1)}\left(\frac{z}{y}, \frac{Q}{m_h}\right) + \mathcal{O}(\alpha_S^2) \quad (4.58)$$

$$D_g^{H,GM}(z, Q^2) = D_g^{H,M}(z, Q^2) + \mathcal{O}(\alpha_S^2) \quad (4.59)$$

Las Ecs.(4.57 - 4.59) son las versiones explícitas, al orden siguiente al dominante, de las condiciones de contorno necesaria para garantizar la continuidad de las secciones eficaces, expresadas en la Ec.(4.6).

4.6. Implementación del esquema GM-VFNS en un análisis global de QCD

En esta sección se presentan las bases para la realización de un análisis global, con la implementación del esquema GM-VFNS presentado en la Sección 4.2, para considerar de manera consistente la dinámica de los quarks pesados. El propósito de la construcción de dicho esquema es procurar extraer funciones de fragmentación, separando de manera consistente los efectos de la masa de los quarks pesados que influyen exclusivamente sobre la parte perturbativa del proceso completo de hadronización, de aquellos que afectan a la parte no perturbativa de dicho proceso. La extracción se realiza a través de un análisis global, que se apoya fundamentalmente sobre dos ingredientes que proveen toda la información necesaria para llevar a cabo esta tarea. El primero de ellos son las observaciones experimentales, esto es, la medida de secciones eficaces. En ese sentido se cuenta con los datos de producción de piones en procesos semi-inclusivos de aniquilación electrón - positrón (de las colaboraciones TPC, SLD, ALEPH, DELPHI, OPAL, BABAR y BELLE), de dispersión profundamente inelástica semi-inclusiva (colaboraciones HERMES y COMPASS) y colisiones protón - protón (PHENIX, STAR y ALICE), utilizadas en el análisis global que se presentado en el Capítulo 3 (los

detalles de la selección de estos conjuntos de datos experimentales fueron presentados en la Sección 3.2). El segundo ingrediente es la predicción para estos observables físicos. Estas predicciones se obtienen a través de la convolución entre las secciones eficaces partónicas y las funciones de fragmentación, calculada a la respectiva escala de energía Q de los experimentos.

La funciones de fragmentación resultan de evolucionar, a través de las ecuaciones de evolución estándar (ver Ec.(3.11) del Capítulo anterior), su parametrización a una dada escala de energía inicial $Q_0 = 1$ GeV, Ec.(3.30). Esta parte del análisis es idéntica tanto para un análisis como el presentado en el Capítulo 3, realizado en el contexto de un esquema ZM-VFNS, como para otro en el que se implemente el esquema GM-VFNS expuesto en las primeras secciones de este Capítulo.

Para estimar el impacto que conlleva modificar las consideraciones teóricas sobre la dinámica de los quarks pesados a través de la inclusión de los efectos de su masa, resulta conveniente comenzar implementando el esquema GM-VFNS para describir los datos provenientes de experimentos sobre procesos SIA, únicamente. Dado que las contribuciones de los sabores pesados a la producción de piones en procesos semi-inclusivos de colisión protón - protón (pp) o de dispersión profundamente inelástica (SIDIS), sobre blancos de hidrógeno o deuterio, están fuertemente suprimidas por ser sabores de mar, se espera que, en estos casos, el impacto de la aplicación del esquema sobre el resultado final de la extracción sea pequeño. En ese sentido, las secciones eficaces partónicas asociadas a la producción de quarks pesados (o gluones en presencia de quarks pesados) en procesos de SIDIS y colisiones pp son tratadas en el marco de un esquema ZM-VFNS. Por otra parte las secciones eficaces partónicas asociadas a procesos de SIA son consideradas en el contexto del esquema GM-VFNS. Estas últimas, que a partir de ahora serán representadas por $\hat{\sigma}_i^{\text{GM}}$ son calculadas a través del cómputo de distintas integrales de convolución, que se suman a las convoluciones de las mismas $\hat{\sigma}_i^{\text{GM}}$ con las funciones de fragmentación evolucionadas $D_i^{H,\text{GM}}(z, Q^2)$, Ec.(4.56), con las que se obtiene la predicción de observables físicos.

Los parámetros que definen a las funciones $D_i^{H,\text{GM}}(z, Q^2)$ se determinan por la comparación entre las observaciones sobre la producción de piones y su predicción teórica, a través de la minimización de una función χ^2 , Ec.(3.36). La búsqueda de su mínimo se realiza numéricamente y, como ya fue mencionado en la Sección 3.4, para que esta tarea sea realizada de manera eficiente, resulta conveniente utilizar el método de Mellin. Al trabajar en el espacio de la variable de Mellin N , todas las integrales de convolución, que de otro forma deberían calcularse numéricamente en cada paso del procesos de minimización, son transformadas en productos.

En el marco de la implementación del esquema GM-VFNS, la aplicación de es-

te método requiere básicamente del conocimiento de las transformadas de Mellin $\mathcal{M}[\hat{\sigma}_i^M](N)$ de las secciones eficaces partónicas y de los contratérminos (proporcionales a $\hat{\sigma}_j^M \otimes \mathcal{A}_{ji}$), que sustraen los logaritmos potencialmente peligrosos. Sin embargo, debe mencionarse que el cálculo analítico de las $\mathcal{M}[\hat{\sigma}_i^M](N)$ resulta una tarea dura, sino imposible, debido a la complejidad de sus expresiones funcionales (ver funciones en el Apéndice B). En este sentido, la mayor dificultad reside en el cálculo de las integrales de Mellin de los términos proporcionales a las funciones $R_P^{(u)}(y, \rho)$

$$\begin{aligned} \int_0^1 y^{N-1} \left\{ \frac{1}{1-y} \right\}_+ R_P^{(u)}(y, \rho) \Theta(y - \sqrt{\rho}) dy = \\ = \int_{\sqrt{\rho}}^1 y^{N-1} \frac{R_P^{(u)}(y, \rho) - R_P^{(u)}(1, \rho)}{1-y} dy \end{aligned} \quad (4.60)$$

con N tomando valores en el plano complejo.

Resulta conveniente evaluar este tipo de integrales utilizando una combinación entre cálculo analítico y aproximación numérica, factorizando el comportamiento característico de las funciones $R_P^{(u)}(y, \rho)$ en $x \approx \sqrt{\rho}$ y $x \approx 1 + \rho/4$. De este modo, estas funciones pueden ser aproximadas como

$$\begin{aligned} \mathcal{R}_P^{(u)}(y, \rho) = \mathcal{C}_P^{(u)}(1, \rho) \sqrt{y - \sqrt{\rho}} + \frac{\mathcal{C}_P^{(u)}(2, \rho)}{1 + \frac{\rho}{4} - y} + \frac{\mathcal{C}_P^{(u)}(3, \rho)}{[1 + \frac{\rho}{4} - y]^2} + \\ + \mathcal{C}_P^{(u)}(4, \rho) \log(1 + \frac{\rho}{4} - y) + \mathcal{P}_P^{(u)}(y, n) \end{aligned} \quad (4.61)$$

donde $\mathcal{P}_P^{(u)}(y, n)$ representa a un polinomio en la variable y , determinado numéricamente a través de una rutina de cuadrados mínimos. El grado n de éste polinomio se adapta para obtener la mejor aproximación posible de las funciones $R_P^{(u)}(y, \rho)$, controlando su precisión a través del índice

$$\mathfrak{S} = \text{Abs} \left[\frac{\mathcal{I}_R - \mathcal{I}_{\mathcal{R}}}{\mathcal{I}_{\mathcal{R}}} \right] \quad (4.62)$$

Las integrales $\mathcal{I}_f = \int_{\sqrt{\rho}}^1 f(y) dy$ son calculadas numéricamente con una rutina de integración de funciones unidimensionales por cuadratura adaptativa. Los coeficientes $\mathcal{C}_P^{(u)}(k, \rho)$ son conocidos de forma exacta y la transformada de Mellin de la Ec.(4.61) se puede calcular analíticamente. Así, la diferencia con la Ec.(4.60) se encuentra contenida en los coeficientes en $\mathcal{P}_P^{(u)}(y, n)$ de la aproximación polinómica. Al respecto, debe mencionarse que el índice \mathfrak{S} obtenido toma valores inferiores a 0,0007, para el rango completo de valores de la escala de energía Q ,

que van desde los 2,85 GeV a los 300 GeV, cubriendo el rango completo sobre el cual se distribuyen todos los datos de producción de piones en procesos de SIA disponibles para la realización de un análisis global. Así, la diferencia obtenida entre hacer el cálculo exacto de la integral Ec.(4.60) y su aproximación, reemplazando las funciones $\mathcal{P}_P^{(u)}(y, n)$ por la expresión dada en la Ec.(4.61), es menor al 0,1 %, ver Fig.4.3, y no afecta al resultado del ajuste global.

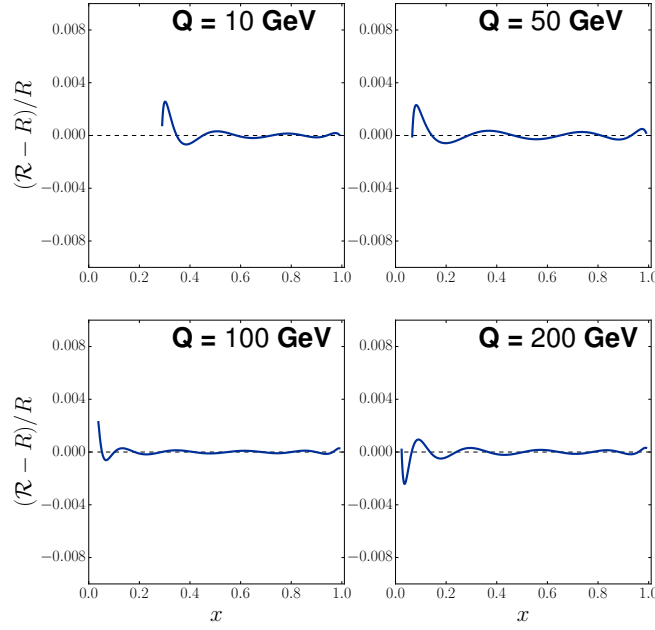


Figura 4.3: Error relativo entre la función $R_1^{(v)}$ y $\mathcal{R}_1^{(v)}$ como función de la fracción de impulso y , para el caso de un quark de masa $m_h = 1,4$. Ambas funciones son definidas como reales para $\sqrt{\rho} = 2m_h/Q < y < 1$. Los distintos cuadros permiten observar que las diferencias entre hacer uso de $R_1^{(v)}$ o $\mathcal{R}_1^{(v)}$ son despreciables para un rango de escalas de energía Q que excede ampliamente el cubierto por los experimentos considerados.

Debe considerarse que los datos experimentales sobre la medida de las secciones eficaces de producción de piones se encuentran organizados en función de la fracción de impulso x del pión en el estado final, y la escala de energía a la que se realizó la medición. De esta manera, para construir la función χ^2 , a partir de la que se determinan los valores de los parámetros libres del ajuste global, se requiere recuperar el valor de las secciones eficaces a partir del producto de la transformada de Mellin de las secciones eficaces partónicas y las funciones de fragmentación, evolucionadas hasta las escalas de energía de los experimentos. Ésto se realiza a través de la transformada de Mellin inversa.

La inversión se realiza numéricamente y por tal motivo sólo se necesita conocer el valor de las funciones $\mathcal{M}[\hat{\sigma}_i^M(N)]$ en ciertos puntos del espacio de la variable de Mellin N . Por este motivo, para reducir la exigencia en recursos informáticos del proceso de minimización, resulta conveniente generar listas con los valores de las transformadas de Mellin de las secciones eficaces $\hat{\sigma}_i^{\text{GM}}$. Estas listas se cargan en memoria antes de comenzar la búsqueda numérica del mínimo de la función χ^2 numérica. Ahora bien, recordemos que para obtener una función a partir de su transformada de Mellin pueden escogerse distintos caminos de integración. Sin embargo, en el Apéndice D, se muestra que

$$\mathcal{M}\left[\left\{\frac{\log(1 + \frac{\rho}{4} - y)}{1 - y}\right\}_+\right](N) \propto \rho^{N/2} \quad (4.63)$$

Así, el módulo de la transformada de Mellin de la Ec.(4.61) crece exponencialmente lejos del origen, sobre los caminos de inversión de Talbot o el utilizado en el análisis DSS [40], presentados en la Sección 3.4. Por tal motivo, éstos no pueden ser utilizados. El cálculo de la predicción de la sección eficaz de producción de piones en procesos de aniquilación electrón - positrón, en el marco del esquema GM-VFNS, se realiza a partir del camino de inversión dispuesto por la fórmula de inversión de Mellin, Ec.(3.15). Finalmente, es importante mencionar que, en el caso de las secciones eficaces de producción de piones en procesos de SIDIS y colisiones pp , calculadas en un esquema ZM-VFNS, se emplea el camino de inversión \mathcal{C}_{DSS} (ver 3.4), repitiendo lo hecho en el análisis global que se presentó en el Capítulo 3.

4.7. Resultados

En esta sección, se presenta una discusión acerca de la relevancia de las correcciones asociadas a la masa de los quarks pesados en la producción de piones cargados. Éstas son introducidas en un análisis global de QCD al orden siguiente al dominante (NLO), para la extracción de funciones de fragmentación, a través de la aplicación de diferentes esquemas de masa [36].

La metodología general del análisis sigue los lineamientos generales que se describieron en el Capítulo 3, para extraer funciones de fragmentación bajo la hipótesis de que todos los partones pueden considerarse como no masivos (DSS14). La utilización de la técnica de Mellin permite calcular las partes computacionalmente más demandantes de la aproximación de las secciones eficaces al NLO para procesos semi-inclusivos de aniquilación electrón positrón (SIA), dispersión profundamente inelástica (SIDIS) y colisiones protón - protón (pp). Este cálculo se lleva a cabo previamente a comenzar con la realización del ajuste global. Las

secciones eficaces de hadroproducción correspondientes a procesos SIDIS y colisiones pp se computan en un esquema ZM-VFNS, como se hizo en el Capítulo 3, mientras que, en el caso de procesos SIA, las secciones eficaces partónicas asociadas son ahora evaluadas en el contexto de un Esquema de Masa General con Número Variable de Sabores. Así, como se explicó en la sección anterior, para obtener predicciones que puedan ser comparadas con los datos experimentales se necesita calcular la transformada de Mellin inversa del producto de las secciones eficaces partónicas y las funciones de fragmentación, evolucionadas a través de las ecuaciones DGLAP estándar. En este caso en particular, como se explicó en la sección anterior, se necesita definir un contorno particular en el espacio de la variable compleja de Mellin N y, por lo tanto, una nueva rutina numérica para calcular las respectivas integrales de inversión.

Resulta importante remarcar que las contribuciones de sabores pesados a la producción de hadrones en procesos SIDIS, sobre blancos de hidrógeno y deuterio, y colisiones pp son despreciablemente pequeñas, debido a que éstos sabores pesados corresponden al mar de quarks. De esta manera, se espera que el efecto de la implementación del esquema GM-VFNS no sea tan apreciable en estos procesos respecto del caso de la aniquilación electrón - positrón. Otra diferencia respecto del análisis global presentado en el Capítulo 3 es que se ha removido el conjunto de datos proveniente de la colaboración TASSO, así como también aquellos separados en sabor producidos por la colaboración OPAL, debido a que ambos poseen incertezas comparativamente grandes.

En la Figura 4.4, se encuentran representadas las contribuciones de los sabores *charm* y *bottom* a las secciones eficaces de producción de piones en aniquilaciones electrón - positrón, calculadas a través de la implementación de distintos esquemas de factorización, para un conjunto dado de funciones de fragmentación. Por un lado, puede observarse cómo los esquemas M-FFNS (línea discontinua negra) y ZM-VFNS (línea continua roja) se comportan en función de escala de energía Q^2 del centro de masa de la aniquilación electrón - positrón, para distintos valores de la fracción de impulso z del pión en el estado final. Aquí, es posible observar de forma explícita que estos esquemas difieren sustancialmente el uno del otro, tanto en el límite masivo, para Q^2 mucho mayor a los umbrales de $4m_c^2$ o $4m_b^2$ (con m_c y m_b a las masas de los quarks de sabor *charm* y *bottom*), como en el límite no masivo, para $Q^2 \gg m_c^2$ y $Q^2 \gg m_b^2$. Además, puede notarse que los esquemas M-FFNS y ZM-VFNS se aproximan entre sí, para valores intermedios de Q^2 . Por otra parte, puede observarse que los esquemas GM-VFNS, definidos a partir de los lineamientos puntualizados en la Sección 4.2, poseen el comportamiento como función de Q^2 deseado, interpolando de manera suave entre los esquemas M-FFNS y ZM-VFNS en los límites masivo y no masivo, respectivamente.

Como se explicó en la sección 4.2, existen distintas definiciones posibles para

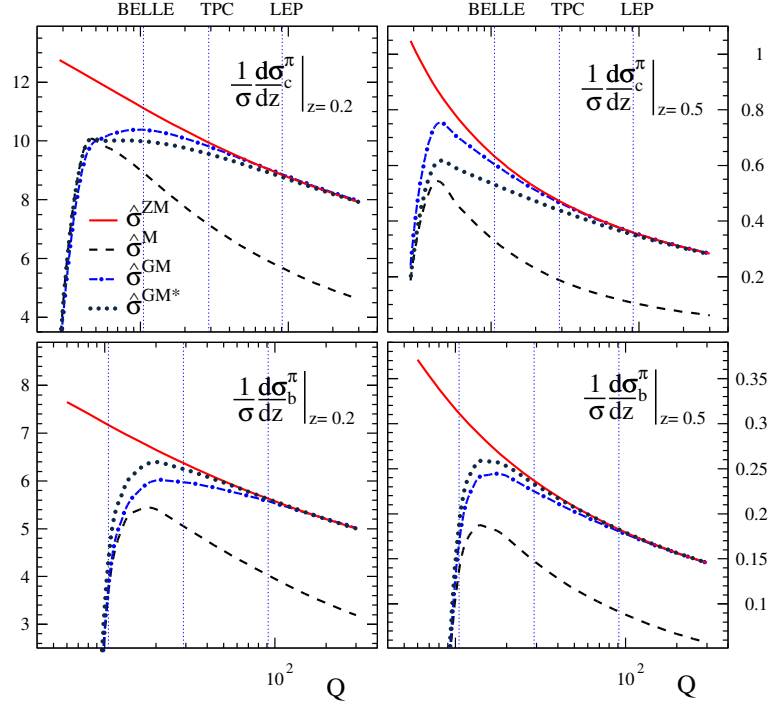


Figura 4.4: Contribuciones de los sabores *charm* y *bottom* a la sección eficaz de producción de piones en procesos de SIA. Los cálculos fueron realizados con un único conjunto de funciones de fragmentación y, a partir de la implementación de distintos esquemas de sabores para el computo de las secciones eficaces partoónicas.

las sección eficaces partónicas, todas igualmente válidas, capaz de describir los mismos comportamientos límite. Distintas prescripciones conducen a distintas maneras de aproximarse al esquema ZM-VFNS, desde el esquema M-FFNS, a medida que crece la escala de energía Q^2 . Dos de ellas se encuentran representadas en la Fig.4.4, indicadas por los superíndices GM y GM*. En la Tabla 4.1 se compara la calidad de un ajuste (DSS-GM) realizado con la implementación de la variante del esquema GM-VFNS con la prescripción dada por las Ecs.(4.7) y (4.8) para las secciones eficaces de producción de partones de los sabores *charm* y *bottom*, respectivamente, con la de un análisis global idéntico en el que todas las secciones eficaces de producciones de partones fueron evaluadas en un esquema ZM-VFNS. Debe remarcarse que la aplicación del esquema GM-VFNS reduce el χ^2 global en aproximadamente cien unidades respecto del resultado obtenido a partir de la utilización del esquema ZM-VFNS. Ésto es prácticamente más grande que dos desviaciones estándar. De esta manera, la probabilidad de obtener un resultado mejor al obtenido con el esquema GM-VFNS es casi seis

veces más pequeña que la de obtener un valor de χ^2 menor al que resulta de la implementación del esquema ZM-VFNS. En particular, se observan reducciones del valor de las funciones χ_i^2 correspondiente a cada experimento de hasta un 70 %, respecto de los valores que se obtienen al no considerar los efectos de las masas de los quarks pesados. Otras posibles prescripciones han sido exploradas. Sin embargo, la que se ha mencionado es la que mejor describe el conjunto completo de datos utilizado en el ajuste. Ésto puede concluirse a partir de que se obtienen como resultado del ajuste valores mucho menores de las funciones χ_i^2 por experimento y, al mismo tiempo, normalizaciones \mathcal{N}_i que se apartan muy ligeramente de la unidad. En particular, las normalizaciones resultantes indican que al contar con una descripción, que incluye de manera consistente los efectos de las masas de los quarks pesados, se logra reducir la tensión entre los distintos experimentos considerados en el ajuste global. Este resultado, resulta sobresaliente si se tiene en cuenta que en el análisis global se consideran los vínculos impuestos por los conjuntos de datos experimentales provistos por las colaboraciones BELLE y BABAR, ambos de altísima precisión. En el caso particular de estos experimentos, la incerteza estimada en sus normalizaciones resulta inferiores al 0,2 %, consistente con las asignadas por dichas colaboraciones (entre el 0,3 % y el 0,5 %), mientras que, en el análisis global DSS14, el error estimado para las mismas normalizaciones resultan superiores al 3 %.

Debe mencionarse que el esquema de sustracción más simple, descrito a partir de las secciones eficaces $\hat{\sigma}_c^{\text{GM}}$ y $\hat{\sigma}_b^{\text{GM}}$ definidas por la Ec.(4.4), produce ajustes de calidad mucho más pobres, tanto respecto del ajuste DSS-GM como del DSS14. Las contribuciones de los sabores *charm* y *bottom* calculadas a partir de esta prescripción pueden compararse con aquellas generadas por la definición de las secciones eficaces usadas en el análisis DSS-GM en la Fig.4.4. Allí podemos notar que el esquema definido por las Ec.(4.4) sustrae en exceso en el caso de las secciones eficaces del sabor *charm*, y converge mucho más lentamente al límite no masivo de lo requerido por los datos experimentales en el caso del sabor *bottom*. Además, debe mencionarse que en todos los casos se utilizó como función de peso $f(Q) = 1 - 2m_h/Q$, presentada en la Sección 4.2, y no se observan mejoras significativas a partir de elecciones más sofisticadas a ésta.

Los efectos de la masa de los quarks pesados son mucho más notables en la descripción de los datos provenientes de las colaboraciones BELLE y BABAR, de experimentos de producción de piones en procesos SIA. En dichos experimentos se está lejos de poder considerar a los quarks pesados como partículas no masivas debido a la relativamente baja energía de centro de masa de la aniquilación electrón - positrón. Al ser experimentos realizados a escalas de energía apenas por encima del umbral $2m_b$, con m_b la masa del sabor *bottom*, éste debe participar activamente en la evolución de QCD en Q^2 . Sin embargo, su contri-

Tabla 4.1: Valores de la función χ_i^2 y de la normalización \mathcal{N}_i para cada conjunto de datos experimentales incluidos en dos análisis globales idénticos donde se han implementado los esquemas ZM-VFNS y GM-VFNS, respectivamente.

experiment	data type	# data in fit	ZMVFN		GMVFN	
			\mathcal{N}_i	χ^2	\mathcal{N}_i	χ^2
ALEPH [26]	incl.	22	0.968	21.6	0.994	23.3
BABAR [67]	incl.	39	1.019	76.7	1.002	58.2
BELLE [68]	incl.	78	1.044	19.5	1.019	11.0
DELPHI [5]	incl.	17	0.978	6.7	1.003	9.3
	<i>uds</i> tag	17	0.978	20.8	1.003	9.5
	<i>b</i> tag	17	0.978	10.5	1.003	7.8
OPAL [14]	incl.	21	0.946	27.9	0.970	15.9
SLD [2]	incl.	28	0.938	28.0	0.963	9.5
	<i>uds</i> tag	17	0.938	21.3	0.963	11.3
	<i>c</i> tag	17	0.938	34.0	0.963	19.8
	<i>b</i> tag	17	0.938	11.1	0.963	9.9
TPC [10]	incl.	17	0.997	31.7	1.006	27.9
	<i>uds</i> tag	9	0.997	2.0	1.006	2.0
	<i>c</i> tag	9	0.997	5.9	1.006	4.3
	<i>b</i> tag	9	0.997	9.6	1.006	10.9
COMPASS [71]	π^\pm (d)	398	1.003	378.7	1.008	382.9
HERMES [11]	π^\pm (p)	64	0.981	74.0	0.986	69.9
	π^\pm (d)	64	0.980	107.3	0.985	103.7
PHENIX [8]	π^0	15	1.174	14.3	1.167	14.4
STAR [6]	π^\pm, π^0	38	1.205	31.2	1.202	33.8
ALICE [3]	π^0	11	0.696	33.3	0.700	31.2
TOTAL:		924		966.4		875.8

bución a la sección eficaz de producción de piones está fuertemente suprimida, característica que, a diferencia de lo que sucede con el esquema ZM-VFNS, es correctamente descrita por las secciones eficaces partónicas calculadas en el esquema GM-VFNS. En la Fig.4.5 puede observarse gráficamente la diferencia relativa, en función de la fracción del impulso z , entre los datos experimentales de producción de piones en los experimentos BELLE y BABAR y las predicciones teóricas de los mismos, calculadas a partir de utilización de las secciones eficaces $\hat{\sigma}_i^{\text{ZM}}$ y $\hat{\sigma}_i^{\text{GM*}}$, respectivamente. Aquí, es posible observar que los datos experimentales y las predicciones teóricas realizadas a partir de los resultados del análisis DSS-GM son compatibles con un nivel de confianza del 68 %. Los valores de las funciones χ_i^2 por cada experimento y las normalizaciones resultantes, en la Tabla 4.1, indican que también se observan mejoras considerables en la descripción del resto de los conjuntos de datos sobre producción de piones en procesos SIA, medidos a escalas de energía Q más altas.

En la Fig.4.6 se presenta una comparación gráfica entre las funciones de fragmentación extraídas en los ajustes DSS14 (línea cortada) y DSS-GM (línea

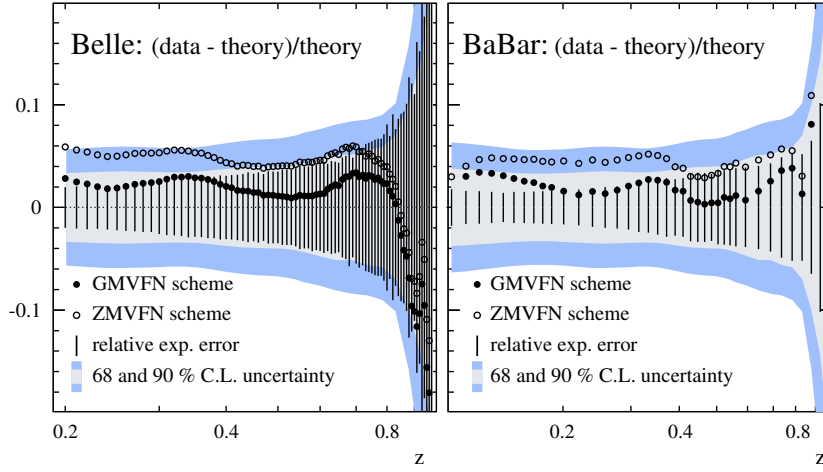


Figura 4.5: La figura presenta una comparación entre las medición de la sección eficaces de producción de piones en procesos de aniquilación electrón - positrón provenientes de las colaboraciones BELLE y BABAR y la predicción teórica de los mismos, realizada a partir de la implementación de los esquemas ZM-VFNS y GM-VFNS.

continua), para $Q^2 = 4 \text{ GeV}$, juntos con las bandas de incerteza correspondientes a un nivel de confianza del 68 %, calculadas a través de la utilización del método Hessiano mejorado que fue explicado en el Capítulo 3. En los cuadros a la derecha puede observarse la diferencia relativa entre las funciones de fragmentación del ajuste DSS14 y las del DSS-GS, para cada sabor, junto una comparación de las incertezas relativas de cada análisis. La función de fragmentación $D_{c+\bar{c}}^{\pi^+}$ se modifica sustancialmente con las implementación del esquema GM-VFNS, observándose un incremento superior al 30 % en la probabilidad de hadronización de partones de sabor *charm* a piones, en prácticamente todo el rango de valores de la fracción de impulso z . Éste viene acompañado de una disminución de las probabilidades de fragmentación de gluones a piones. Ambas modificaciones se originan a partir de la utilización de las sección eficaces $\sigma_i^{\text{GM}^*}$ que, al contener en su definición efectos de las masas de los quarks pesados, ponderan de manera más adecuada la producción de partones en procesos SIA a bajas energías, respecto de la escala de los umbrales de activación de los sabores pesados. A partir de la comparar las incertezas relativas, que resultan de la implementación de diferentes esquemas, se puede concluir que la implementación del esquema GM-VFNS ayuda a una mejor determinación de las funciones de fragmentación de partones de sabor *charm* a piones. Cabe destacar la importancia del papel que juegan los conjuntos de datos de producciones de piones provistos por la

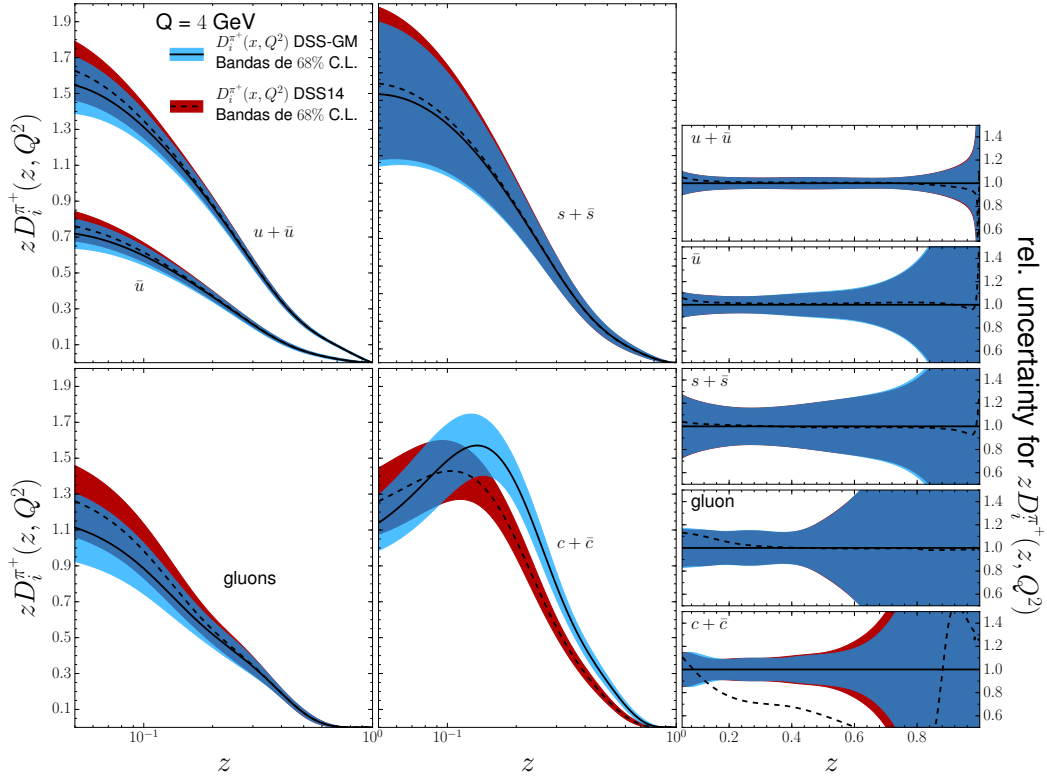


Figura 4.6: Comparación entre las funciones de fragmentación obtenidas en los esquemas ZM-VFNS y GM-VFNS, para las energías de centro de masa de la aniquilación $Q = 4$ GeV.

colaboraciones BELLE y BABAR, que proveen vínculos imprescindibles para fijar el comportamiento de las funciones de fragmentación de sabor *charm* en regiones del espacio de fase donde los efectos de su masa resultan significativos.

Por otra parte, al igual que en el análisis DSS14, la función de fragmentación $D_{u+\bar{u}}^{\pi^+}$ es la mejor determinada en el análisis DSS-GM, con una incerteza inferior al relativa del 10 % en prácticamente el rango completo de valores de la fracción de impulso z , con un nivel de confianza del 68 %. La incerteza relativa crece rápidamente en para $z > 0,8$, de manera similar a lo que se observa en los resultados del análisis DSS14, presentados en el Capítulo 3.

En la Fig.4.7 se presenta una comparación entre las funciones de fragmentación extraídas a partir de los análisis DSS14 y DSS-GM, junto con las bandas de incerteza calculadas a través del método Hessiano modificado, para $Q^2 = M_Z^2$. Por un lado se puede notar que las diferencias entre las funciones de fragmentación $D_{c+\bar{c}}^{\pi^+}$ extraídas en estos ajustes globales son preservadas por la evolución de QCD. En particular, la probabilidades de fragmentación de quarks *charm* en piones, estimadas a partir de la implementación del esquema GM-VFNS, son co-

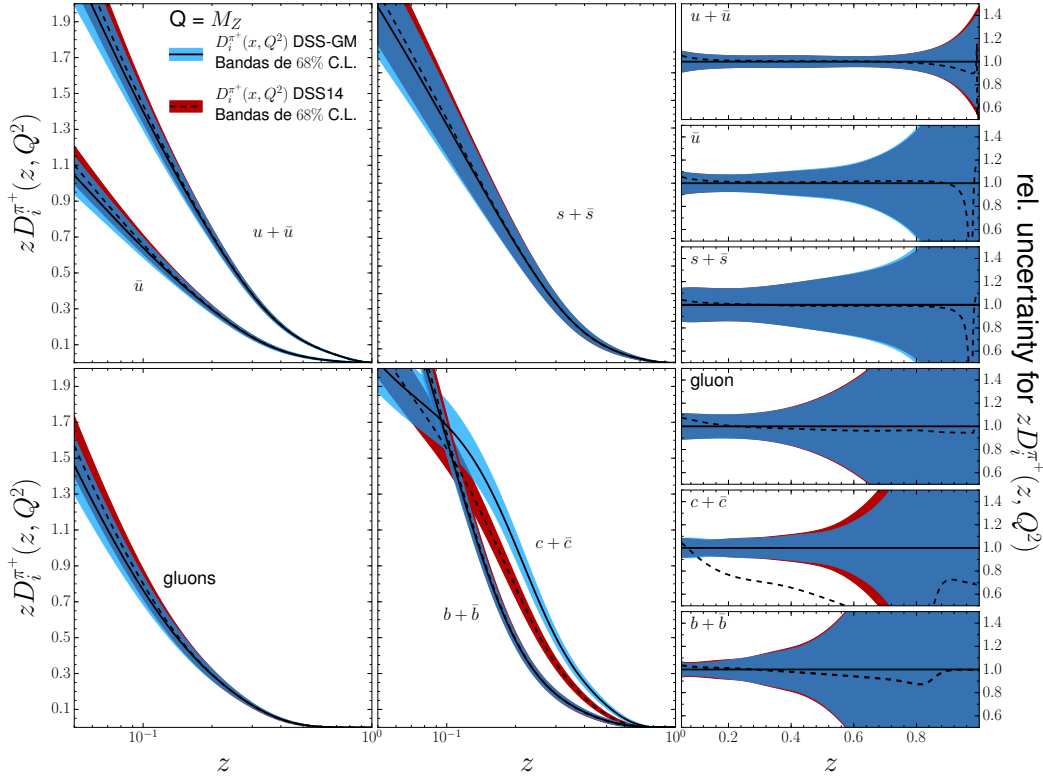


Figura 4.7: Comparación entre las funciones de fragmentación obtenidas en los esquemas ZM-VFNS y GM-VFNS, para las energías de centro de masa de la aniquilación $Q = M_Z$.

mo mínimo un 25 % más grandes que la estimadas en el análisis global DSS14, para prácticamente todos los valores de la fracción de impulso z . Esta diferencia es tan grande que no se observa ningún tipo de superposición entre las bandas de error estimadas, para z por encima de 0,11. Además, comparando las incertezas relativas obtenidas en cada análisis se puede notar, como en la Fig.4.6, que la utilización de un esquema adecuado para describir la dinámica de los quarks pesados ayuda a mejorar la determinación de sus correspondientes funciones de fragmentación también a escalas de energía mucho mayores que las que imponen sus masas.

Por otro lado, las probabilidades de fragmentación del sabor *bottom* obtenidas con la implementación del esquema GM-VFNS son prácticamente iguales a las extraídas en el análisis DSS14. Esto se debe a que la sección eficaz de producción de quarks de dicho sabor en procesos de aniquilación electrón - positrón, calculadas en el esquema GM-VFNS, se encuentra fuertemente suprimida cerca del umbral de $2m_b$. Así, la función de fragmentación $D_{b+\bar{b}}^{\pi^+}$ se encuentra principalmente fijada por los datos, separados por sabor, de procesos SIA a escalas de

energía tan altas que las correcciones debidas a la masa m_b resultan imperceptibles. Sin embargo, debe remarcarse que gracias a que la contribución del sabor *bottom* está convenientemente suprimida apenas por encima del umbral $2m_b$, el acuerdo con los datos experimentales y la consistencia general del análisis global mejora sustancialmente.

Por otro lado, analizando los resultados presentados en las Figs.4.6 y 4.7 en conjunto, se puede decir que si bien se observan diferencias entre las funciones de fragmentación de sabores livianos en piones, resultantes de los dos ajustes, éstas son muy moderadas y que, considerando las incertezas estimadas, ambos resultados resultan compatibles. El comportamiento de dichas funciones es fijado por los conjuntos de datos experimentales sobre producción de piones en procesos SIDIS y los separados en sabor medidos en experimentos de SIA a la escala de la masa del bosón Z . En el primero de los casos, debe recordarse que no se hizo uso del esquema GM-VFNS para describir este tipo de procesos, mientras que en el segundo de los casos las correcciones debidas a la masa de los sabores *charm* y *bottom* resultan despreciables.

Capítulo 5

Conclusiones

En esta Tesis se estudió el fenómeno de producción de hadrones en procesos de altas energías en el marco de la QCD. En particular, se implementó un análisis global de QCD para extraer las funciones de fragmentación que parametrizan los detalles no perturbativos de la formación de hadrones y se generalizó por primera vez el formalismo y su implementación al caso en que los quarks pesados participan como partículas masivas.

A lo largo del Capítulo 3, se presentó un análisis global para extraer funciones de fragmentación de partones en piones, basado en los lineamientos generales usados en el estudio DSS [40] realizado en 2007. La extracción se llevó a cabo a partir la información que ofrece la observación experimental acerca de la producción de piones en procesos semi-inclusivos de aniquilación electrón - positrón, dispersión profundamente inelástica de leptones sobre protones y deuterones, y colisiones protón - protón. Ésta, sumada a los vínculos que impone la QCD sobre la evolución en la escala de energía de las probabilidades de hadronización, permite determinar el comportamiento de las funciones de fragmentación, a una escala de referencia $Q_0 = 1$ GeV, con la fracción de impulso z del partón que inicia el proceso de hadronización que es transportada por los piones producidos en el estado final.

En este análisis global de QCD, las funciones de fragmentación se determinaron por comparación directa entre las medidas experimentales de las secciones eficaces de producción de piones y sus predicciones calculadas a partir del modelo de partones, bajo la hipótesis de quarks no masivos, a través de la minimización de una función χ^2 . Si bien los conjuntos de datos experimentales cubren un amplio rango de escalas de energía que van desde aproximadamente 1 GeV hasta escalas de energía del orden de la masa del bosón Z , se observa que la hipótesis utilizada en el análisis permite ofrecer una excelente descripción de todos los conjuntos de datos en simultáneo, aún cuando éstos son adquiridos por múltiples

colaboraciones y en experimentos sobre diversos procesos de hadroproducción. Este resultado es en particular un fuerte argumento en favor dos ideas clave puestas en juego en todo análisis global: la noción de factorización de contribuciones de altas y bajas escalas de energías, y la universalidad de las funciones de fragmentación.

En comparación con el análisis DSS previo, en esta ocasión se cuenta con un conjunto de datos de mayor precisión que cubre una región mucho más amplia del espacio de fase. Como resultado se obtiene un valor final de la función χ^2 por grado de libertad mucho menor que el obtenido en el anterior análisis, utilizando la misma parametrización de las funciones de fragmentación. Se agregan al ajuste unos pocos parámetros adicionales que en análisis global DSS fueron fijados al corroborar que éstos no tenían ningún efecto significativo en el resultado la minimización.

Un resultado realmente notable del análisis global es la reducción sustancial de la probabilidad de fragmentación de gluones en piones que se obtuvo. Ésta reducción resulta como consecuencia de la incorporación de las nuevas mediciones, de muy alta precisión, de la sección eficaces de producción de piones en colisiones protón - protón a altas escalas de energía de centro de masa, medidos en el acelerador LHC. De forma inesperada, se observa que este conjunto de datos muestra cierta tensión con las medidas previas, incluidas en el análisis DSS, a baja escala de energía de centro de masa, provistas por la colaboración PHENIX y STAR. Ésto fuerza a introducir un corte para eliminar de estos conjuntos de datos las medidas correspondientes a piones con momento transversal $p_T < 5$ GeV de manera de remediar las discrepancias. Sobre este punto, vale la pena mencionar que sería deseable contar con una comparación detallada entre los procedimientos de determinación de los piones registrados como, por ejemplo, los diferentes cortes realizados sobre los piones secundarios producidos a partir del decaimiento de mesones pesados, para corroborar que las diferencias no se deban a algún tipo de contaminación. Además, se observa que los nuevos datos no favorecen ningún tipo de violación de la simetría de carga entre las funciones de fragmentación $D_{u+\bar{u}}$ y $D_{d+\bar{d}}$. Este resultado se contrapone con lo observado previamente en el análisis DSS.

Otra novedad respecto del análisis DSS, es que en este ajuste global se utiliza por primera vez, y de manera confiable, la estimación de todas las incertezas a partir de la utilización del método Hessiano modificado. Esto es posible gracias a la riqueza de los nuevos conjunto de datos experimentales incluidos en el análisis global. La incerteza relativa estimada para las funciones de fragmentación de sabor up y gluones varían entre el 10 % y el 25 % en toda la región cinemática cubierta por los datos experimentales.

Las funciones de fragmentación extraídas y sus incertezas tiene una gran

relevancia para la física de altas energías. Por un lado, contienen información relevante para el estudio de las colisiones entre iones pesados y los procesos de dispersión entre protones e iones pesados. En estos experimentos se busca, principalmente, cuantificar posibles modificaciones en la producción de hadrones en medios nucleares, y esto no sería posible si no se contara con predicciones precisas de los observables relevantes que describen estos procesos. Por otra parte, las mismas funciones de fragmentación son un ingrediente fundamental para la extracción de funciones de densidad de partones dependientes de la helicidad y del momento transversal.

Además, resulta importante mencionar que el mismo tipo de análisis va a ser usado para realizar un ajuste global para extraer funciones de fragmentación de partones en kaones. De esta manera, se contará con un conjunto completo de funciones de fragmentación que describe la producción de la fracción más grande de hadrones cargados, no identificados, producidos en los experimentos de dispersión.

Si bien los resultados obtenidos en esta actualización del análisis DSS son muy positivos, debe mencionarse que aún la mejor descripción de los datos experimentales requiere normalizaciones que, en comparación a lo que estiman las distintas colaboraciones experimentales, difieren de la unidad significativamente. Ésto proviene de cierta tensión entre la descripción teórica y los distintos conjuntos de datos experimentales seleccionados. Otro resultado importante de esta Tesis es haber mostrado que una solución surge de la inclusión de los efectos asociados a la masa de los quarks pesados. En ese sentido, los esquemas generales de masa con número variable de sabores, como el presentado en el Capítulo 4, genera el marco adecuado para incluir dichos efectos de manera consistente, interpolando de manera continua y suave entre los límites de baja y alta energía.

En esta Tesis se presentan los lineamientos generales para la construcción de un esquema con estas características y su aplicación en la descripción de la producción de piones en procesos de aniquilación electrón - positrón, junto con los resultados de un análisis global de QCD, al orden siguiente al dominante, en el que fue implementado.

Los resultados muestran que la utilización de este esquema mejora la descripción de los datos en general, reduciendo la tensión entre los distintos conjuntos de datos experimentales considerados y disminuyendo el χ^2 por grado de libertad, respecto de lo que se obtiene aplicando un esquema no masivo con número variable de sabores. Además, se observa que la dependencia en la masa de los quarks pesados es especialmente relevante en los procesos semi-inclusivos de aniquilación electrón - positrón en piones, donde el comportamiento de las contribuciones de *charm* en función de la escala de energía y la supresión de las contribuciones de sabor *bottom* por encima de los respectivos umbrales tienen efectos signifi-

cativos. Éstos no sólo tiene impacto a bajas escalas de energía, sino también a escalas del orden de la masa del bosón Z , mucho mayores las masas m_c y m_b . Debe mencionarse que estos efectos serán aún más notorios en la producción de mesones de sabor pesado, donde la dependencia en la masa de las probabilidades de fragmentación es dominante.

De esta manera se demuestra que una determinación precisa de las probabilidades de fragmentación de quarks y gluones en piones, buscando igualar la precisión de la actual generación de experimentos de hadroproducción, requiere una descripción sensible a la dinámica de los quarks pesados.

El interés sobre el correcto tratamiento de los quark pesados en la descripción de los procesos hadrónicos fue revivido tras descubrirse que los términos de masa suprimidos en los análisis globales de QCD para extraer funciones de densidad de partones pueden afectar las predicciones teóricas sobre la producción de bosones W y Z en el LHC en casi un 10 %. De forma similar, en esta Tesis se ha comprobado que la inclusión de los efectos de masa en la descripción de la dinámica de los sabores pesados en procesos de aniquilación electrón - positrón modifica notablemente los resultados de la determinación de las probabilidades de hadronización de partones en piones. Debe remarcarse que este mismo análisis también puede extenderse al estudio de la producción de kaones en experimentos de dispersión. Así, la búsqueda por la construcción de un análisis global para determinar funciones de fragmentación que tenga en cuenta, de manera completamente consistente, estos efectos cobra una gran relevancia. Para ello primero debe cuantificarse el impacto, sobre la producción de partones pesados en procesos semi-inclusivos de dispersión profundamente inelástica y colisiones protón - protón, de retener aquellos efectos originados por considerar que los quarks *charm*, *bottom* y, eventualmente, *top* tienen masa suficientemente grande. Entonces, luego de definir una prescripción (independiente del proceso físico considerado) para la factorización de las contribuciones que vuelven divergentes a las secciones eficaces, asociadas a dichas masas, se puede construir un esquema general de masa para extraer funciones de fragmentación a través de un análisis global en el que la dinámica de los sabores pesados sea tratada adecuadamente. Éste es precisamente uno de los resultados importantes de esta Tesis.

Apéndice A

Cargas electrodébiles efectivas

Las cargas electrodébiles efectivas aparecen definidas en las Ecs.(3.2), (4.32) y (4.34) vienen dadas por

$$V_q^2 = e_e^2 e_q^2 + 2e_e v_e e_q v_q \rho_1(s) + (v_e^2 + a_e^2) v_q^2 \rho_2(s) \quad (\text{A.1})$$

$$A_q^2 = (v_e^2 + a_e^2) a_q^2 \rho_2(s) \quad (\text{A.2})$$

donde $v_f = (T_{3f} - 2e_f \sin^2 \theta_w) / (2 \sin \theta_w \cos \theta_w)$ y $a_f = T_{3f} / (2 \sin \theta_w \cos \theta_w)$ son los acoplamientos vectorial y axial-vectorial de un fermión f , con carga eléctrica fraccionaria e_f y tercera componente de isospín débil T_{3f} , con el bosón Z , y donde

$$\rho_1(s) = \frac{s(s - m_Z^2)}{(s - m_Z^2)^2 + m_Z^2 \Gamma_Z^2}, \quad (\text{A.3})$$

$$\rho_2(s) = \frac{s^2}{(s - m_Z^2)^2 + m_Z^2 \Gamma_Z^2} \quad (\text{A.4})$$

son los propagadores. Aquí, θ_w es el ángulo de mezcla asociado débil y Γ_Z es el ancho de decaimiento total del bosón Z . Debe notarse que para pequeñas energías, $\sqrt{s} \ll m_Z$, el propagador $\rho_2(s)$ es despreciable.

Apéndice B

Secciones eficaces procesos SIA con quarks pesados en el estado final, al orden $\mathcal{O}(\alpha_s)$

A lo largo de este apéndice se completa la descripción de las secciones eficaces σ_h^M y σ_g^M que describen, respectivamente, la producción de un quark masivo o un gluón en presencia de un par quark - antiquark masivo [77] tras la aniquilación de un par electrón - positrón. Dichos observables físicos fueron expresados a término de una serie de funciones coeficiente, ver Ecs.(4.32) y (4.34). Resulta conveniente, para simplificar sus expresiones, incluir previamente una serie de definiciones previas:

$$\tau_x = 1 - x \quad (\text{B.1})$$

$$\beta_x = \sqrt{1 - \frac{\rho}{\tau_x}} \quad (\text{B.2})$$

$$\xi(x, \rho) = \log \frac{\rho - 2x - 2\sqrt{x^2 - \rho}}{\rho - 2x + 2\sqrt{x^2 - \rho}} \quad (\text{B.3})$$

La contribución dominante a la producción de un quark masivo tras la aniquilación de un par electrón - positrón viene dada por las funciones coeficiente:

$$B_1^{(v)}(\rho) = \beta \quad (\text{B.4})$$

$$B_L^{(v)}(\rho) = \frac{\rho\beta}{2} \quad (\text{B.5})$$

$$B_1^{(a)}(\rho) = \beta^3 \quad (\text{B.6})$$

$$B_L^{(a)}(\rho) = 0 \quad (\text{B.7})$$

donde $\rho = 4m_h^2/Q^2$, como fue definido en la Sección 4.4.3.

Se sigue con las contribuciones de orden $\mathcal{O}(\alpha_s)$. A este orden, la sección eficaz de producción de un quark masivo en un proceso SIA recibe contribuciones de virtuales, asociadas a diagramas con líneas internas de quarks y gluones, y contribuciones reales, provenientes de diagramas donde un gluon es emitido por el quark o el antiquark, producidos tras la aniquilación. Las funciones coeficiente debidas a la contribución de las correcciones virtuales a la producción de un quark pesado puede leerse como sigue

$$S_1^{(v)}(\rho) = \frac{C_F}{2} \left\{ (2 - \rho) \left[4 \log \frac{4}{\rho} \log \frac{1 + \beta}{1 - \beta} - 4 \text{Li}_2 \left(-\frac{1 - \beta}{2\beta} \right) + \right. \right. \\ \left. - 2 \log^2 \frac{2\beta}{1 - \beta} + \frac{4}{3} \pi^2 + \log^2 \frac{1 + \beta}{1 - \beta} + \text{Li}_2 \left(-\frac{4\beta}{(1 - \beta)^2} \right) + \right. \\ \left. \left. - \text{Li}_2 \left(\frac{4\beta}{(1 + \beta)^2} \right) \right] + (10 - 8\rho) \log \frac{1 + \beta}{1 - \beta} - 4\beta - 8\beta \log \frac{4}{\rho} \right\} \quad (\text{B.8})$$

$$S_L^{(v)}(\rho) = \frac{\rho}{2} S_T^{(v)}(\rho) - C_F \frac{\rho \beta^2}{2} \log \frac{1 + \beta}{1 - \beta} \quad (\text{B.9})$$

$$S_1^{(a)}(\rho) = \beta^2 S_T^{(v)}(\rho) + 2C_F \rho \beta^2 \log \frac{1 + \beta}{1 - \beta} \quad (\text{B.10})$$

$$S_L^{(a)}(\rho) = 0 \quad (\text{B.11})$$

A continuación, pueden leerse las funciones coeficiente debida a la contribución de las correcciones real a la producción de un quark pesado:

$$R_1^{(v)}(x, \rho) = C_F \left\{ \frac{2}{\sqrt{x^2 - \rho}} \left[\rho(2 - \tau_x^2) + 4 \frac{\tau_x^2(1 + \tau_x)^3}{(4\tau_x + \rho)^2} + \right. \right. \\ \left. + \tau_x(4 + \tau_x) \left(1 - \frac{2\tau_x(1 + \tau_x)}{4\tau_x + \rho} \right) - 2 \right] + \\ \left. + \frac{\rho^2(2 - \tau_x^2) + \rho(2x^3 - 7x^2 - 1) + 2x^2(1 + x^2)}{2(x^2 - \rho)} \xi(x, \rho) \right\} \quad (\text{B.12})$$

$$R_L^{(v)}(x, \rho) = C_F \left\{ \frac{2}{\sqrt{x^2 - \rho}} \left[-\rho(1 - \rho) - \tau_x(\tau_x - 2\rho) + \right. \right. \\ \left. \left. + \frac{2\tau_x^2(1 + \tau_x)}{4\tau_x + \rho} \right] + \frac{\rho^3 + \rho^2(4\tau_x - 3) + \rho(3x^2 - 1)}{2(x^2 - \rho)} \xi(x, \rho) \right\} \quad (\text{B.13})$$

$$R_1^{(a)}(x, \rho) = C_F \left\{ \frac{4}{\sqrt{x^2 - \rho}} \left[-\rho^2 + 2\rho x + \tau_x^3 + \frac{3}{2}\tau_x^2 + 2\tau_x - 1 + \right. \right. \\ \left. \left. + \frac{2\tau_x^2(1 + \tau_x)^3}{(4\tau_x + \rho)^2} - \frac{\tau_x^2(1 + \tau_x)(5\tau_x + 4)}{4\tau_x + \rho} \right] \right. \\ \left. + \frac{-2\rho^3 + 8\rho^2 x + \rho x^2(2\tau_x - 9) - \rho + 2x^2(1 + x^2)}{2(x^2 - \rho)} \xi(x, \rho) \right\} \quad (\text{B.14})$$

$$R_L^{(a)}(x, \rho) = C_F \left\{ \frac{2\tau_x^2}{\sqrt{x^2 - \rho}} \left[\rho + x^2 - 5 - \frac{8\tau_x(1 + \tau_x)^3}{(4\tau_x + \rho)^2} \right. \right. \\ \left. \left. - \frac{2(1 + \tau_x)}{4\tau_x + \rho} (\tau_x^2 - 8\tau_x - 2) \right] + \frac{\tau_x^2 \rho (\rho + \tau_x^2 - 2)}{2(x^2 - \rho)} \xi(x, \rho) \right\} \quad (\text{B.15})$$

Las funciones coeficiente debido a las correcciones virtuales de un gluón en presencia de un par quark - antiquark vienen dadas por las expresiones:

$$G_T^{(v)}(x, \rho) = C_F \left\{ 2 \left[\frac{1 + (1 - x)^2}{x} + \rho \frac{1 - x}{x} - \frac{\rho^2}{2x} \right] \times \right. \\ \left. \times \left(\log \frac{1 + \beta_x}{1 - \beta_x} - \beta_x \right) - 4 \frac{1 - x}{x} \beta_x - \frac{\rho^2 \beta_x}{x} \right\} \quad (\text{B.16})$$

$$G_L^{(v)}(x, \rho) = C_F \left[-\frac{2\rho}{x} \log \frac{1 + \beta_x}{1 - \beta_x} + 4\beta_x \frac{1 - x}{x} \right] \quad (\text{B.17})$$

$$G_T^{(a)}(x, \rho) = C_F \left\{ 2 \left[\frac{1 + (1 - x)^2}{x} - \rho \frac{1 - x}{x} + \frac{\rho^2}{2x} \right] \times \right. \\ \left. \times \left(\log \frac{1 + \beta_x}{1 - \beta_x} - \beta_x \right) - 4 \frac{1 - x}{x} \beta_x + \frac{\rho^2 \beta_x}{x} \right\} \quad (\text{B.18})$$

$$G_L^{(a)}(x, \rho) = C_F \left[\rho \frac{\rho + x^2 + 2x - 4}{x} \log \frac{1 + \beta_x}{1 - \beta_x} + 2\beta_x(2 + \rho) \frac{1 - x}{x} \right] \quad (\text{B.19})$$

Apéndice C

Límite no masivo de las secciones eficaces σ_h^M y σ_g^M , al orden $\mathcal{O}(\alpha_s)$

Para establecer los términos de sustracción que permiten definir las secciones eficaces partónicas del esquema GM-VFNS, Ecs.(4.53) a (4.55), que permiten interpolar de manera continua entre los esquemas MFFNS ($Q \sim m_h$, con m_h la masa de un quark pesado) y ZM-VFNS ($Q \gg m_h$), se necesita tomar el límite no masivo (o equivalentemente $m_h \rightarrow 0$) sobre las secciones eficaces $\hat{\sigma}_i^M$, Ec.(4.30) y (4.33).

Al orden $\mathcal{O}(\alpha_s)$, la dependencia de las secciones eficaces $\hat{\sigma}_i^M$ surge a través de la variable $\rho = 4m_h^2/Q^2$. Por esta razón, el límite no masivo resulta equivalente a considerar $\rho \rightarrow 0$. Por otro lado, las secciones eficaces en el esquema MFFNS están definidas en términos de distribuciones como la función δ de Dirac y las distribuciones “+”, como se observa en las Ecs.(4.31) y (4.32), y la función escalón de Heaviside, utilizadas para acomodar los límites de integración en la Ec.(4.35). Por este motivo, el límite no masivo debe tomarse en el sentido de las distribuciones.

Tomando cualquiera de los términos que conforman el orden dominante de sección eficaz $\hat{\sigma}_h^M$, y una función de prueba $\phi(y)$, puede demostrarse que:

$$\begin{aligned} \lim_{\rho \rightarrow 0} \int_0^1 dy B_P^{(u)}(\rho) \delta(1-y) \Theta(y - \sqrt{\rho}) \phi(y) &= \\ &= \lim_{\rho \rightarrow 0} B_P^{(u)}(\rho) \int_{\sqrt{\rho}}^1 dy \delta(1-y) \phi(y) = \\ &= \lim_{\rho \rightarrow 0} B_P^{(u)}(\rho) \phi(1) = \phi(1) = \int_0^1 dy \delta(1-y) \phi(y) \end{aligned} \quad (C.1)$$

Así, en el sentido de las distribuciones, se tiene

$$\lim_{\rho \rightarrow 0} B_P^{(u)}(\rho) \delta(1-y) \Theta(y - \sqrt{\rho}) = \begin{cases} \delta(1-y) & \text{si } P = 1 \\ 0 & \text{si } P = L \end{cases} \quad (C.2)$$

A partir de este resultado puede demostrarse que, en el límite no masivo, $\hat{\sigma}_h^{M(0)}$ tiende a $\hat{\sigma}_h^{ZM(0)}$, Ec.(4.38). De forma similar, sobre las contribuciones de orden $\mathcal{O}(\alpha_s^2)$, puede demostrarse que:

$$\begin{aligned} \lim_{\rho \rightarrow 0} \sum_{k=1,L} S_k^{(u)}(\rho) \delta(1-y) &= \\ &= C_F \left(\log^2 \frac{4}{\rho} + \log \frac{4}{\rho} - 2 + \pi^2 \right) \delta(1-y) \end{aligned} \quad (C.3)$$

Con los términos proporcionales a una distribución *más* se debe tener más cuidado, debido a que éstas distribuciones se encuentra multiplicadas por funciones. Antes de tomar el límite en el sentido de las distribuciones debe entenderse cómo actúa este producto sobre una funciones de prueba. Así, es simple verificar que:

$$\left\{ \frac{\Theta(x - \sqrt{\rho})}{1-x} \right\}_+ f(x, \rho) = \left\{ \frac{f(x, \rho) \Theta(x - \sqrt{\rho})}{1-x} \right\}_+ + F(\rho) \delta(1-x), \quad (C.4)$$

donde $\Theta(x - R)$ representa a la función escalon de Heaviside y

$$F(\rho) = \int_{\sqrt{\rho}}^1 dx \frac{f(x, \rho) - f(1, \rho)}{1-x} \quad (C.5)$$

De esta manera, el límite puede tomarse término a término. En primer lugar, ya hemos verificado que:

$$\lim_{\rho \rightarrow 0} \left[F(\rho) \delta(1-x) \right] = \left[\lim_{\rho \rightarrow 0} F(\rho) \right] \delta(1-x) \quad (C.6)$$

En segundo lugar, puede verificarse que:

$$\lim_{\rho \rightarrow 0} \left\{ \frac{f(x, \rho) \Theta(x - \sqrt{\rho})}{1-x} \right\}_+ = \left\{ \frac{f(x, 0)}{1-x} \right\}_+ = \quad (C.7)$$

A su vez, el primer la distribución límite puede escribirse en términos de distribuciones utilizadas en forma estándar como sigue:

$$\left\{ \frac{f(x, 0)}{1-x} \right\}_+ = f_1(x) \left\{ \frac{1}{1-x} \right\}_+ + f_2(x) \left\{ \frac{\log(1-x)}{1-x} \right\}_+ + C_f \delta(1-x) \quad (C.8)$$

donde C_f son constantes que dependen de la función f . A partir de estos resultados, puede demostrarse que:

$$\begin{aligned} \lim_{\rho \rightarrow 0} \sum_{k=1,L} R_k^{(u)}(x, \rho) \left\{ \frac{1}{1-x} \right\}_+ &= C_F \left\{ \delta(1-x) \times \right. \\ &\times \left(-\log^2 \frac{4}{\rho} + \frac{1}{2} \log \frac{4}{\rho} - \frac{1}{2} - \frac{\pi^2}{3} \right) + \left\{ \frac{1}{1-x} \right\}_+ \times \\ &\times \left[(1+x^2) \log \frac{4}{\rho} - 4x + \frac{x^2}{2} \right] - \left\{ \frac{\log(1-x)}{1-x} \right\}_+ (1+x^2) + \\ &\left. + 2 \frac{1+x^2}{1-x} \log x \right\} \end{aligned} \quad (C.9)$$

Finalmente, resta calcular el límite de $\rho \rightarrow 0$ de la contribución dominante a la sección eficaz de producción de gluones en presencia de un par quark - antiquark masivo, $\hat{\sigma}_g^{M(1)}$. En este caso el límite puede calcularse en forma directa como sigue:

$$\lim_{\rho \rightarrow 0} \sum_{k=1,L} G_k^{(u)}(x, \rho) = 2C_F \frac{1+(1-x)^2}{x} \left[\log \frac{4}{\rho} + \log(1-x) - 1 \right] \quad (C.10)$$

A través de la comparación entre las Ecs.(C.3), (C.9) y (C.10) con las Ecs.(4.19) a (4.22) se puede concluir que:

$$\begin{aligned} \lim_{\rho \rightarrow 0} \sum_{k=1,L} \delta(1-x) S_k^{(u)}(\rho) + R_k^{(u)}(x, \rho) \left\{ \frac{1}{1-x} \right\}_+ &= \\ &= C_q^1(x) + C_q^L(x) + d_q^{(1)}(x, Q) \end{aligned} \quad (C.11)$$

$$\lim_{\rho \rightarrow 0} \sum_{k=1,L} G_k^{(u)}(x, \rho) = 2C_g^1(x) + 2C_g^L(x) + d_g^{(1)}(x, Q) \quad (C.12)$$

donde $P_{qq}^{(0)}$ y $P_{gq}^{(0)}$ son las contribuciones dominantes a los núcleos de Altarelli - Parisi, presentadas en la Sección 3.4.1. Las funciones $d_q^{(1)}$ y $d_g^{(1)}$, son aquellas que definen los contratérminos que permiten definir las secciones eficaces partónicas en el esquema GM-VFNS, Ecs. (4.53) a (4.55), y vienen dadas por [72, 77]:

$$\begin{aligned} d_q^{(1)}(x, \mu_f) = P_{qq}^{(0)}(x) \log \frac{Q^2}{m_h^2} + C_F(1+x^2) &\left[\delta(1-x) + \right. \\ &\left. - \left\{ \frac{1}{1-x} \right\}_+ - 2 \left\{ \frac{\log(1-x)}{1-x} \right\}_+ \right] \end{aligned} \quad (C.13)$$

$$d_g^{(1)}(x, \mu_f) = 2P_{gq}^{(0)}(x) \log \frac{Q^2}{m_h^2} - 2C_F(2 \log x + 1) \quad (\text{C.14})$$

Apéndice D

Transformadas

En esta Sección se presentan las expresiones explícitas de las funciones introducidas en la Sección 4.6 que definen a las transformadas de Mellin de las secciones eficaces calculadas en el esquema MFFNS. Estas funciones se obtienen a través del cálculo de integrales con contiene distribuciones más y funciones esclón de Heavisde en sus integrandos y, por tal motivo, tienen la estructura general:

$$\int_{\sqrt{\rho}}^1 dy \frac{y^N f(y) - f(1)}{1 - y} \quad (\text{D.1})$$

Primero, consideremos el caso donde

$$f(y) = \frac{1}{\left(1 + \frac{\rho}{4} - y\right)^k} \quad (\text{D.2})$$

con k entero y positivo, las transformadas de Mellin pueden calcularse de manera analítica separando el integrando en fracciones simples. Para $k = 1, 2$ se tiene:

$$\begin{aligned} \mathcal{M} \left[\left\{ \frac{\left(1 + \frac{\rho}{4} - y\right)^{-1}}{1 - y} \right\}_+ \right] = & -\frac{4}{\rho} \left\{ H(N-1) + B(\sqrt{\rho}; N, 0) + \right. \\ & + \log(1 - \sqrt{\rho}) + \left(1 + \frac{\rho}{4}\right)^{N-1} B\left(\frac{4}{4 + \rho}; N, 0\right) + \\ & \left. - \left(1 + \frac{\rho}{4}\right)^{N-1} B\left(\frac{4\sqrt{\rho}}{4 + \rho}; N, 0\right) \right] \quad (\text{D.3}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\mathcal{M}\left[\left\{\frac{\left(1+\frac{\rho}{4}-y\right)^{-2}}{1-y}\right\}_+\right] &= -\frac{16}{\rho^2}\left[H(N-1)+B(\sqrt{\rho};N,0)+\right. \\
&\quad +\log(1-\sqrt{\rho})-\left(1+\frac{\rho}{4}\right)^{N-1}\left\{B\left(\frac{4}{4+\rho};N+1,-1\right)+\right. \\
&\quad \left.-B\left(\frac{4\sqrt{\rho}}{1+\rho};N-1+2,-1\right)\right\}+\left(1+\frac{\rho}{2}\right)\left(1+\frac{\rho}{4}\right)^N\times \\
&\quad \left.\times\left\{B\left(\frac{4}{1+\rho};N,-1\right)-B\left(\frac{4\sqrt{\rho}}{4+\rho}N,-1\right)\right\}\right] \quad (D.4)
\end{aligned}$$

Aquí, $B(x; a, b)$ denota a la función *beta incompleta* y $H(z)$, continuación analítica de las *series armónicas*, viene dada por:

$$H(z) = \gamma + \psi_0(z+1) \quad (D.5)$$

con γ la constante de Euler - Mascheroni y $\psi_0(x)$ la función *digama*.

Para las siguientes funciones, las transformadas de Mellin se pueden calcular, al igual que en el caso de las sumas armónicas, como la extensión analítica del resultado correspondiente a N entero. Así, así se tiene que:

$$\begin{aligned}
\mathcal{M}\left[\left\{\frac{\sqrt{y-\sqrt{\rho}}}{1-y}\right\}_+\right] &= \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(2k)!}{(4^k)(1-2k)(k!)^2} \times \\
&\quad \times \left(\rho^{5/4}\Phi\left(\sqrt{\rho}, 1, \frac{1}{2}+N-k\right) - \rho^{3/4}\Phi\left(\sqrt{\rho}, 1, \frac{3}{2}-k\right) + \right. \\
&\quad \left. + \rho^{k/2}\psi_0\left(0, 1\frac{1}{2}+N-k\right) - \rho^{k/2}\psi_0\left(0, 1\frac{3}{2}-k\right)\right) \quad (D.6)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\mathcal{M}\left[\left\{\frac{\log(1+\frac{\rho}{4}-y)}{1-y}\right\}_+\right] &= \text{Li}_2\left(\frac{4}{\rho}(1-\sqrt{\rho})\right) - \frac{1}{2}\text{Li}_2\left(\frac{16}{\rho^2}(1-\sqrt{\rho})^2\right) + \\
&\quad - \sum_{k=1}^{\infty} \left(\frac{\sqrt{\rho}}{1+\frac{\rho}{4}}\right)^k \frac{\rho^{N/2}\Phi(\sqrt{\rho}, 1, k+N) - \rho^{1/2}\Phi(\sqrt{\rho}, 1, k+1)}{k} + \\
&\quad + \log\left(1+\frac{\rho}{4}\right)\left[H(N-1)+\log(1-\sqrt{\rho})+\rho^{N/2}\Phi(\sqrt{\rho}, 1, N)\right] + \\
&\quad - \sum_{k=1}^{\infty} \frac{H(N-1+k)-H(k)}{k\left(1+\frac{\rho}{4}\right)^k} \quad (D.7)
\end{aligned}$$

definidas a través de la función *dilogaritmo* Li_2 y las funciones *trascendentes de Lerch* $\Phi(z, s, \alpha)$.

Bibliografía

- [1] ABBIENDI, G. ET AL. Leading particle production in light flavor jets. *Eur. Phys. J.*, vol. C16, páginas 407–421, 2000.
- [2] ABE, K. ET AL. Production of π^+ , K^+ , K^0 , K^{*0} , ϕ , p and Λ^0 in hadronic Z^0 decays. *Phys. Rev.*, vol. D59, página 052001, 1999.
- [3] ABELEV, B. ET AL. Neutral pion and η meson production in proton-proton collisions at $\sqrt{s} = 0,9$ TeV and $\sqrt{s} = 7$ TeV. *Phys. Lett.*, vol. B717, páginas 162–172, 2012.
- [4] ABELEV, B. I. ET AL. Longitudinal double-spin asymmetry and cross section for inclusive neutral pion production at midrapidity in polarized proton collisions at $\sqrt{s} = 200$ GeV. *Phys. Rev.*, vol. D80, página 111108, 2009.
- [5] ABREU, P. ET AL. π^{+-} , K^{+-} , p and anti- p production in $Z^0 \rightarrow q \text{ anti-}q$, $Z^0 \rightarrow b \text{ anti-}b$, $Z^0 \rightarrow u \text{ anti-}u$, $d \text{ anti-}d$, $s \text{ anti-}s$. *Eur. Phys. J.*, vol. C5, páginas 585–620, 1998.
- [6] ADAMCZYK, L. ET AL. Neutral pion cross section and spin asymmetries at intermediate pseudorapidity in polarized proton collisions at $\sqrt{s} = 200$ GeV. *Phys. Rev.*, vol. D89(1), página 012001, 2014.
- [7] ADAMS, J. ET AL. Forward neutral pion production in $p+p$ and $d+Au$ collisions at $\sqrt{s(NN)}^{1/2} = 200$ -GeV. *Phys. Rev. Lett.*, vol. 97, página 152302, 2006.
- [8] ADLER, S. S. ET AL. Midrapidity neutral-pion production in proton-proton collisions at $\sqrt{s} = 200$ GeV. *Phys. Rev. Lett.*, vol. 91, página 241803, 2003.
- [9] AGAKISHIEV, G. ET AL. Identified hadron compositions in $p+p$ and $Au+Au$ collisions at high transverse momenta at $\sqrt{s_{NN}} = 200$ GeV. *Phys. Rev. Lett.*, vol. 108, página 072302, 2012.

- [10] AIHARA, H. ET AL. Pion and kaon multiplicities in heavy quark jets from e^+e^- annihilation at 29-GeV. *Phys. Lett.*, vol. B184, páginas 299–304, 1987.
- [11] AIRAPETIAN, A. ET AL. Multiplicities of charged pions and kaons from semi-inclusive deep-inelastic scattering by the proton and the deuteron. *Phys. Rev.*, vol. D87, página 074029, 2013.
- [12] AIVAZIS, M. A. G., COLLINS, J. C., OLNESS, F. I. y TUNG, W.-K. Leptoproduction of heavy quarks. 2. A Unified QCD formulation of charged and neutral current processes from fixed target to collider energies. *Phys. Rev.*, vol. D50, páginas 3102–3118, 1994.
- [13] AIVAZIS, M. A. G., OLNESS, F. I. y TUNG, W.-K. Leptoproduction of heavy quarks. 1. General formalism and kinematics of charged current and neutral current production processes. *Phys. Rev.*, vol. D50, páginas 3085–3101, 1994.
- [14] AKERS, R. ET AL. Measurement of the production rates of charged hadrons in e^+e^- annihilation at the Z0. *Z. Phys.*, vol. C63, páginas 181–196, 1994.
- [15] ALBINO, S., KNIEHL, B. A. y KRAMER, G. Fragmentation functions for light charged hadrons with complete quark flavor separation. *Nucl. Phys.*, vol. B725, páginas 181–206, 2005.
- [16] ALBINO, S., KNIEHL, B. A. y KRAMER, G. AKK Update: Improvements from New Theoretical Input and Experimental Data. *Nucl. Phys.*, vol. B803, páginas 42–104, 2008.
- [17] ALTARELLI, G., ELLIS, R. K., MARTINELLI, G. y PI, S.-Y. Processes Involving Fragmentation Functions Beyond the Leading Order in QCD. *Nucl. Phys.*, vol. B160, páginas 301–329, 1979.
- [18] ALTARELLI, G. y PARISI, G. Asymptotic Freedom in Parton Language. *Nucl. Phys.*, vol. B126, páginas 298–318, 1977.
- [19] ANDERLE, D. P., RINGER, F. y VOGELSANG, W. QCD resummation for semi-inclusive hadron production processes. *Phys. Rev.*, vol. D87(3), página 034014, 2013.
- [20] ARSENE, I. ET AL. Production of mesons and baryons at high rapidity and high $P(T)$ in proton-proton collisions at $\sqrt{s} = 200$ -GeV. *Phys. Rev. Lett.*, vol. 98, página 252001, 2007.

- [21] AVERSA, F., CHIAPPETTA, P., GRECO, M. y GUILLET, J. P. QCD Corrections to Parton-Parton Scattering Processes. *Nucl. Phys.*, vol. B327, página 105, 1989.
- [22] BALL, R. D., BERTONE, V., BONVINI, M., FORTE, S., GROTH MERRILD, P., ROJO, J. y ROTTOLI, L. Intrinsic charm in a matched general-mass scheme. *Phys. Lett.*, vol. B754, páginas 49–58, 2016.
- [23] BARNETT, R. M. Evidence for New Quarks and New Currents. *Phys. Rev. Lett.*, vol. 36, páginas 1163–1166, 1976.
- [24] BLUMLEIN, J. y RAVINDRAN, V. QCD threshold corrections to Higgs decay and to hadroproduction in $l^+ l^-$ annihilation. *Phys. Lett.*, vol. B640, páginas 40–47, 2006.
- [25] BRAUNSCHWEIG, W. ET AL. Pion, Kaon and Proton Cross-sections in e^+e^- Annihilation at 34-GeV and 44-GeV Center-of-mass Energy. *Z. Phys.*, vol. C42, página 189, 1989.
- [26] BUSKULIC, D. ET AL. Inclusive $\pi^+ \pi^-$, $K^+ \pi^-$ and $(p, \text{anti-}p)$ differential cross-sections at the Z resonance. *Z. Phys.*, vol. C66, páginas 355–366, 1995.
- [27] BUZA, M., MATIOUNINE, Y., SMITH, J. y VAN NEERVEN, W. L. Charm electroproduction viewed in the variable flavor number scheme versus fixed order perturbation theory. *Eur. Phys. J.*, vol. C1, páginas 301–320, 1998.
- [28] CACCIARI, M. y CATANI, S. Soft gluon resummation for the fragmentation of light and heavy quarks at large x. *Nucl. Phys.*, vol. B617, páginas 253–290, 2001.
- [29] CACCIARI, M. y GRECO, M. Charm photoproduction via fragmentation. *Z. Phys.*, vol. C69, páginas 459–466, 1996.
- [30] CACCIARI, M. y GRECO, M. D^* production from $e^+ e^-$ to $e p$ collisions in NLO QCD. *Phys. Rev.*, vol. D55, páginas 7134–7143, 1997.
- [31] CACCIARI, M., GRECO, M., KNIEHL, B. A., KRAMER, M., KRAMER, G. y SPIRA, M. Large $p(T)$ heavy quark production in two photon collisions. *Nucl. Phys.*, vol. B466, páginas 173–188, 1996.
- [32] CAMPBELL, J. M., HUSTON, J. W. y STIRLING, W. J. Hard Interactions of Quarks and Gluons: A Primer for LHC Physics. *Rept. Prog. Phys.*, vol. 70, página 89, 2007.

- [33] COLLINS, J. C., SOPER, D. E. y STERMAN, G. F. Factorization of Hard Processes in QCD. *Adv. Ser. Direct. High Energy Phys.*, vol. 5, páginas 1–91, 1989.
- [34] COLLINS, J. C., WILCZEK, F. y ZEE, A. Low-Energy Manifestations of Heavy Particles: Application to the Neutral Current. *Phys. Rev.*, vol. D18, página 242, 1978.
- [35] CURCI, G., FURMAN, W. y PETRONZIO, R. Evolution of Parton Densities Beyond Leading Order: The Nonsinglet Case. *Nucl. Phys.*, vol. B175, páginas 27–92, 1980.
- [36] EPELE, M., GARCIA CANAL, C. A. y SASSOT, R. Role of heavy quarks in light hadron fragmentation. *Phys. Rev.*, vol. D94(3), página 034037, 2016.
- [37] EPELE, M., LLUBAROFF, R., SASSOT, R. y STRATMANN, M. Uncertainties in pion and kaon fragmentation functions. *Phys. Rev.*, vol. D86, página 074028, 2012.
- [38] FLORATOS, E. G., KOUNNAS, C. y LACAZE, R. Higher Order QCD Effects in Inclusive Annihilation and Deep Inelastic Scattering. *Nucl. Phys.*, vol. B192, páginas 417–462, 1981.
- [39] DE FLORIAN, D., SASSOT, R., EPELE, M., HERNÁNDEZ-PINTO, R. J. y STRATMANN, M. Parton-to-Pion Fragmentation Reloaded. *Phys. Rev.*, vol. D91(1), página 014035, 2015.
- [40] DE FLORIAN, D., SASSOT, R. y STRATMANN, M. Global analysis of fragmentation functions for pions and kaons and their uncertainties. *Phys. Rev.*, vol. D75, página 114010, 2007.
- [41] DE FLORIAN, D., SASSOT, R., STRATMANN, M. y VOGELSANG, W. Extraction of Spin-Dependent Parton Densities and Their Uncertainties. *Phys. Rev.*, vol. D80, página 034030, 2009.
- [42] DE FLORIAN, D., STRATMANN, M. y VOGELSANG, W. QCD analysis of unpolarized and polarized Lambda baryon production in leading and next-to-leading order. *Phys. Rev.*, vol. D57, páginas 5811–5824, 1998.
- [43] FORTE, S., LAENEN, E., NASON, P. y ROJO, J. Heavy quarks in deep-inelastic scattering. *Nucl. Phys.*, vol. B834, páginas 116–162, 2010.
- [44] FURMAN, W. y PETRONZIO, R. Singlet Parton Densities Beyond Leading Order. *Phys. Lett.*, vol. B97, páginas 437–442, 1980.

- [45] FURMANSKI, W. y PETRONZIO, R. Lepton - Hadron Processes Beyond Leading Order in Quantum Chromodynamics. *Z. Phys.*, vol. C11, página 293, 1982.
- [46] GELL-MANN, M. The Eightfold Way: A Theory of strong interaction symmetry. 1961.
- [47] GRAUDENZ, D. One particle inclusive processes in deeply inelastic lepton - nucleon scattering. *Nucl. Phys.*, vol. B432, páginas 351–376, 1994.
- [48] HARLAND-LANG, L. A., MARTIN, A. D., MOTYLINSKI, P. y THORNE, R. S. Parton distributions in the LHC era: MMHT 2014 PDFs. *Eur. Phys. J.*, vol. C75(5), página 204, 2015.
- [49] HIRAI, M., KUMANO, S., NAGAI, T. H. y SUDOH, K. Determination of fragmentation functions and their uncertainties. *Phys. Rev.*, vol. D75, página 094009, 2007.
- [50] ISGUR, N. y WISE, M. B. Weak Decays of Heavy Mesons in the Static Quark Approximation. *Phys. Lett.*, vol. B232, páginas 113–117, 1989.
- [51] JAGER, B., SCHAFER, A., STRATMANN, M. y VOGELSANG, W. Next-to-leading order QCD corrections to high $p(T)$ pion production in longitudinally polarized pp collisions. *Phys. Rev.*, vol. D67, página 054005, 2003.
- [52] JAMES, F. y ROOS, M. Minuit: A System for Function Minimization and Analysis of the Parameter Errors and Correlations. *Comput. Phys. Commun.*, vol. 10, páginas 343–367, 1975.
- [53] KALINOWSKI, J., KONISHI, K., SCHARBACH, P. N. y TAYLOR, T. R. RESOLVING QCD JETS BEYOND LEADING ORDER: QUARK DECAY PROBABILITIES. *Nucl. Phys.*, vol. B181, páginas 253–276, 1981.
- [54] KALINOWSKI, J., KONISHI, K. y TAYLOR, T. R. JET CALCULUS BEYOND LEADING LOGARITHMS. *Nucl. Phys.*, vol. B181, páginas 221–252, 1981.
- [55] KINOSHITA, T. Mass singularities of Feynman amplitudes. *J. Math. Phys.*, vol. 3, páginas 650–677, 1962.
- [56] KNEESCH, T., KNIEHL, B. A., KRAMER, G. y SCHIENBEIN, I. Charmed-meson fragmentation functions with finite-mass corrections. *Nucl. Phys.*, vol. B799, páginas 34–59, 2008.

- [57] KNIEHL, B. A., KRAMER, G. y POTTER, B. Fragmentation functions for pions, kaons, and protons at next-to-leading order. *Nucl. Phys.*, vol. B582, páginas 514–536, 2000.
- [58] KNIEHL, B. A., KRAMER, G., SCHIENBEIN, I. y SPIESBERGER, H. Inclusive D^{*+} production in p anti-p collisions with massive charm quarks. *Phys. Rev.*, vol. D71, página 014018, 2005.
- [59] KRAMER, G. y SPIESBERGER, H. Inclusive D^* production in photon photon collisions at next-to-leading order QCD. *Eur. Phys. J.*, vol. C22, páginas 289–301, 2001.
- [60] KRAMER, G. y SPIESBERGER, H. Inclusive D^* production in gamma gamma collisions: Including the single resolved contribution with massive quarks. *Eur. Phys. J.*, vol. C28, páginas 495–513, 2003.
- [61] KRAMER, G. y SPIESBERGER, H. Inclusive photoproduction of D^* mesons with massive charm quarks. *Eur. Phys. J.*, vol. C38, páginas 309–318, 2004.
- [62] KRAMER, M., 1, OLNES, F. I. y SOPER, D. E. Treatment of heavy quarks in deeply inelastic scattering. *Phys. Rev.*, vol. D62, página 096007, 2000.
- [63] KRETZER, S. Fragmentation functions from flavor inclusive and flavor tagged $e^+ e^-$ annihilations. *Phys. Rev.*, vol. D62, página 054001, 2000.
- [64] KRETZER, S. y SCHIENBEIN, I. Heavy quark initiated contributions to deep inelastic structure functions. *Phys. Rev.*, vol. D58, página 094035, 1998.
- [65] KRETZER, S. y SCHIENBEIN, I. Heavy quark fragmentation in deep inelastic scattering. *Phys. Rev.*, vol. D59, página 054004, 1999.
- [66] LEE, T. D. y NAUENBERG, M. Degenerate Systems and Mass Singularities. *Phys. Rev.*, vol. 133, páginas B1549–B1562, 1964. [,25(1964)].
- [67] LEES, J. P. ET AL. Production of charged pions, kaons, and protons in e^+e^- annihilations into hadrons at $\sqrt{s}=10.54\text{GeV}$. *Phys. Rev.*, vol. D88, página 032011, 2013.
- [68] LEITGAB, M. ET AL. Precision Measurement of Charged Pion and Kaon Differential Cross Sections in e^+e^- Annihilation at $s = 10,52\text{GeV}$. *Phys. Rev. Lett.*, vol. 111, página 062002, 2013.

- [69] LLEWELLYN SMITH, C. H. Neutrino Reactions at Accelerator Energies. *Phys. Rept.*, vol. 3, páginas 261–379, 1972.
- [70] MA, J. P. Perturbative prediction for parton fragmentation into heavy hadron. *Nucl. Phys.*, vol. B506, páginas 329–347, 1997.
- [71] MAKKE, N. Fragmentation Functions measurement at COMPASS. *PoS*, vol. DIS2013, página 202, 2013.
- [72] MELE, B. y NASON, P. The Fragmentation function for heavy quarks in QCD. *Nucl. Phys.*, vol. B361, páginas 626–644, 1991.
- [73] MELNIKOV, K. y MITOV, A. Perturbative heavy quark fragmentation function through $O(\alpha^2(s))$. *Phys. Rev.*, vol. D70, página 034027, 2004.
- [74] MITOV, A. Perturbative heavy quark fragmentation function through $O(\alpha^2(s))$: Gluon initiated contribution. *Phys. Rev.*, vol. D71, página 054021, 2005.
- [75] MOCH, S. y VOGT, A. Higher-order threshold resummation for semi-inclusive $e^+ e^-$ annihilation. *Phys. Lett.*, vol. B680, páginas 239–246, 2009.
- [76] MUNEHISA, T., OKADA, H., KUDOH, K. y KITANI, K. Two Loop Anomalous Dimensions of Timelike Cut Vertices and Scaling Violation of Fragmentation Functions in QCD. *Prog. Theor. Phys.*, vol. 67, página 609, 1982.
- [77] NASON, P. y WEBBER, B. R. Scaling violation in $e^+ e^-$ fragmentation functions: QCD evolution, hadronization and heavy quark mass effects. *Nucl. Phys.*, vol. B421, páginas 473–517, 1994. [Erratum: *Nucl. Phys.*B480,755(1996)].
- [78] VAN NEERVEN, W. L. y VOGT, A. NNLO evolution of deep inelastic structure functions: The Nonsinglet case. *Nucl. Phys.*, vol. B568, páginas 263–286, 2000.
- [79] OLIVE, K. A. ET AL. Review of Particle Physics. *Chin. Phys.*, vol. C38, página 090001, 2014.
- [80] PUMPLIN, J., BELYAEV, A., HUSTON, J., STUMP, D. y TUNG, W. K. Parton distributions and the strong coupling: CTEQ6AB PDFs. *JHEP*, vol. 02, página 032, 2006.

- [81] PUMPLIN, J., STUMP, D., BROCK, R., CASEY, D., HUSTON, J., KALK, J., LAI, H. L. y TUNG, W. K. Uncertainties of predictions from parton distribution functions. 2. The Hessian method. *Phys. Rev.*, vol. D65, página 014013, 2001.
- [82] STRATMANN, M. y VOGELSANG, W. Next-to-leading order evolution of polarized and unpolarized fragmentation functions. *Nucl. Phys.*, vol. B496, páginas 41–65, 1997.
- [83] STUMP, D., PUMPLIN, J., BROCK, R., CASEY, D., HUSTON, J., KALK, J., LAI, H. L. y TUNG, W. K. Uncertainties of predictions from parton distribution functions. 1. The Lagrange multiplier method. *Phys. Rev.*, vol. D65, página 014012, 2001.
- [84] THORNE, R. S. A Variable-flavor number scheme for NNLO. *Phys. Rev.*, vol. D73, página 054019, 2006.
- [85] THORNE, R. S., MARTIN, A. D. y STIRLING, W. J. MRST parton distributions: Status 2006. En *Deep inelastic scattering. Proceedings, 14th International Workshop, DIS 2006, Tsukuba, Japan, April 20-24, 2006*, páginas 81–84. 2006.
- [86] THORNE, R. S. y ROBERTS, R. G. A Practical procedure for evolving heavy flavor structure functions. *Phys. Lett.*, vol. B421, páginas 303–311, 1998.
- [87] THORNE, R. S. y ROBERTS, R. G. An Ordered analysis of heavy flavor production in deep inelastic scattering. *Phys. Rev.*, vol. D57, páginas 6871–6898, 1998.
- [88] VOGT, A., MOCH, S. y VERMASEREN, J. Third-order QCD results on form factors and coefficient functions. *Nucl. Phys. Proc. Suppl.*, vol. 160, páginas 44–50, 2006. [44(2006)].
- [89] ZWEIG, G. An SU(3) model for strong interaction symmetry and its breaking. Version 1. 1964.

Agradecimientos

Resulta difícil encontrar las palabras justas para agradecer todo lo que correspondería. Aquí va un intento, en algunas líneas que inevitablemente se quedarán cortas.

En primer lugar, quiero agradecer a mis directores, Rodolfo Sassot y Carlos García Canal, pues han sido imprescindibles para la concreción de este trabajo. Muchísimas gracias por el esfuerzo y el tiempo dedicado durante estos años, para formarme tanto académicamente, así como también en lo personal.

Quiero agradecer también a mis compañeros, amigos y afectos. A todos ellos, les agradezco por haberme acompañado y apoyado de las más diversas maneras. Gracias porque muchísimas veces, y muy probablemente sin saberlo, me han sostenido y empujado para alcanzar todos mis logros.

Finalmente, quiero agradecer a mi familia porque siempre me ha dado absolutamente todo, incluso más de lo que fue necesario. Sin ustedes, sin su apoyo, todo hubiera sido muchísimo más difícil de lo que fue.